

2016年度 仁科記念賞 授賞理由

ホログラフィ原理を用いたエンタングルメント・エントロピー公式の発見と展開

Discovery and development of the holographic entanglement entropy formula

高柳 匡氏 Tadashi Takayanagi

(京都大学基礎物理学研究所教授)

重力を含む素粒子の力の統一理論を目指す超弦理論の主要なアイデアのひとつに「ホログラフィ原理」がある。このアイデアは、J. Bekenstein 氏の先駆的な研究に基づき S. Hawking 氏が 1974 年に予想した「ブラックホールのエントロピーの公式」に端を発する。この公式の特に不思議な点は、エントロピーは状態の示量変数であるはずなのに、ブラックホールの場合には、体積ではなく、それを包む事象の地平線の面積に比例するということであった。G. 't Hooft 氏や L. Susskind 氏は、このブラックホール・エントロピーの不思議な性質を拡張して、量子重力理論の基本的自由度は、領域全体に広がっているのではなく、領域の境界面に局在していると予想し、光学の用語を借りて、この予想を「ホログラフィ原理」と名付けた。

1995 年の E. Witten 氏による超弦理論の双対性ウェブの発見や J. Polchinski 氏による D ブレーン構成法の発見により超弦理論を使った量子重力理論の研究は大きく発展し、1997 年には J. Maldacena 氏によって、ホログラフィ原理が超弦理論の枠内で実現していることが示された。この「AdS/CFT 対応」は、負の宇宙項を持つ反ドジッター時空間 (AdS) における量子重力理論が、この時空間を包む境界面上の共形場の理論 (CFT) と等価であるという主張であり、超弦理論の整合性を仮定することで導出することができる。この発見には大きなインパクトがあり、ホログラフィ原理は超弦理論の重要な研究対象となった。

この Maldacena 氏の論文以来 19 年間のホログラフィ原理の発展の歴史の中で、高柳匡氏が笠真生氏と 2006 年に発表した「エンタングルメント・エントロピーのホログラフィック公式」[1]は、画期的かつ最も重要な発見のひとつであり、この分野の研究の方向を大きく変える影響力があった。

エンタングルメント (量子もつれ) の概念は、量子力学の基礎や量子情報科学、また最近で

は物性物理学でも重要な役割をしており、エンタングルメント・エントロピーはその大きさを測るひとつの指標である。量子系のヒルベルト空間を $A \otimes B$ と分割した時に、与えられた量子状態を B についてだけトレースを取ると、 A に作用する密度行列が得られる。この密度行列のフォン・ノイマン・エントロピーがエンタングルメント・エントロピーである。

高柳氏が笠氏は、CFT が定義されている空間を α と β の2つに分けたときに、それから誘起されるヒルベルト空間の分割 $H(\alpha) \otimes H(\beta)$ を使ったエンタングルメント・エントロピーを、CFT に対応する AdS における重力理論を使って計算する公式を、2006 年に予想し発表した。具体的には、 α と β の境界面から AdS の内部に伸びていく極小局面を考え、その面積を計算して重力理論のニュートン定数の4倍で割ったものが、エンタングルメント・エントロピーに等しいというものである。これは、ホログラフィ原理に基づいて、エンタングルメントを重力理論の幾何学的性質に結び付けるものであり、「笠-高柳公式」という名で広く知られている。この公式は、A.Lewkowycz 氏と J.Maldacena 氏によって AdS/CFT 対応に基づく説明がなされたことで、理論物理学における重要な公式として確立している。

高柳氏は、過去 10 年間にわたってこの笠-高柳公式を発展させ、ホログラフィ原理の仕組みの解明とその応用に主導的な貢献をしてきた。2007 年には、高柳氏と M.Headrick 氏は、笠-高柳公式に基づいて計算されたエントロピーが、劣強加法性と呼ばれる不等式を満たしていることを示した[2]。E. Lieb 氏と M. B. Ruskai 氏によって 1973 年に一般的に証明されたこの不等式は、フォン・ノイマン・エントロピーが一般に持つ持つ重要な性質である。高柳氏と Headrick 氏は、笠-高柳公式の劣強加法性が、極小局面の三角不等式という幾何学的な性質に帰着することを見出した。これは、CFT のエンタングルメントの持つ深い性質が、重力理論の幾何学的構造に反映されているという重要なヒントになり、この分野のその後の発展を大いに刺激した。

また、笠-高柳公式は時間によらない定常状態について成り立つものであるが、高柳氏と V.Hubeny 氏、M.Ranagamani 氏は、これを時間に依存した状態にも拡張した[3]。この拡張されたエントロピー公式にも、量子重力理論の様々な分析に応用されてきた。たとえば、A. Wall 氏は、高柳氏らによる拡張したエントロピー公式を使って、その劣強加法性が重力理論の低エネルギー有効理論に非自明な制限を与えることを示している。整合性のある量子重力理論の低エネルギー有効理論がどのような性質を持つかは、超弦理論から検証可能な予言を導くために重要な課題であるが、これはその方向に向けた貴重な一歩である。

ホログラフィ原理におけるエンタングルメント・エントロピーの公式の発見と、その後の発展における高柳氏の一連の研究は、量子重力理論や超弦理論の基礎となる重要な成果である。

参考文献：

- [1] “Holographic derivation of entanglement entropy from AdS/CFT,”
S. Ryu, T. Takayanagi, Phys.Rev.Lett. 96 (2006) 181602.
- [2] “A holographic proof of the strong subadditivity of entanglement entropy,”
M. Headrick, T. Takayanagi, Phys.Rev. D76 (2007) 106013.
- [3] “A covariant holographic entanglement entropy proposal,”
V. E. Hubeny, M. Rangamani, T. Takayanagi, JHEP 0707 (2007) 062.