

仁科記念講演

半導体二次元電子の量子輸送

川路 紳治

学習院大学名誉教授

2008年10月

この小冊子 NKZ-47 は 2008 年 6 月、北海道大学において行われた仁科記念講演会の講演録である。

2008 年 10 月 仁科記念財団

仁科記念講演会

『半導体二次元電子の量子輸送』

日時：2008 年 6 月 6 日（金）15：00～16：30

場所：北海道大学 理学部大講堂

講師：川路 紳治 学習院大学名誉教授

主催：北海道大学大学祭

後援：仁科記念財団

NKZ-47

仁科記念講演

『半導体二次元電子の量子輸送』

© 2008 Nishina Memorial Foundation

仁科記念講演会

半導体二次元電子の量子輸送

固体内で電子の運動の自由度が二次元面内に限られている半導体の表面や界面の電気伝導は電子が三次元空間を動く場合とは全く異なる特異な振る舞いを示す。川路 紳治 氏は、この問題に実験的に取り組み、弱磁場における負磁気抵抗や強磁場における量子ホール効果を発見してきた。本講演で同氏は、1978年から2006年までの、これらの研究を振り返っていただく。

2008年6月6日(金) 15:00 ~ 16:30

理学部5号館 低層棟2階 理学部大講堂

かわじ しんじ
講師 川路 紳治 氏

学習院大学 理学部 物理学科 名誉教授 1984年 仁科記念賞受賞
北海道大学 理学部 OB 1994年 紫綬褒章受賞
2007年 学士院賞受賞

川路紳治氏は、1932年北海道に生まれ旧帯広中学校(現帯広柏葉高校)卒業後、北海道大学に入学。同理学部物理学科を1953年に卒業し、同博士課程を1958年に修了した。大学院修了後は学習院大学に移り、世界的に勃興しつつあった半導体物理学の実験的研究を推進した。一貫して半導体境界面における電気伝導の研究を行い多くの成果を挙げ、基礎物理学と半導体技術の基礎の両面にわたって大きく貢献した。



主催 北海道大学 大学祭
後援 財団法人 仁科記念財団

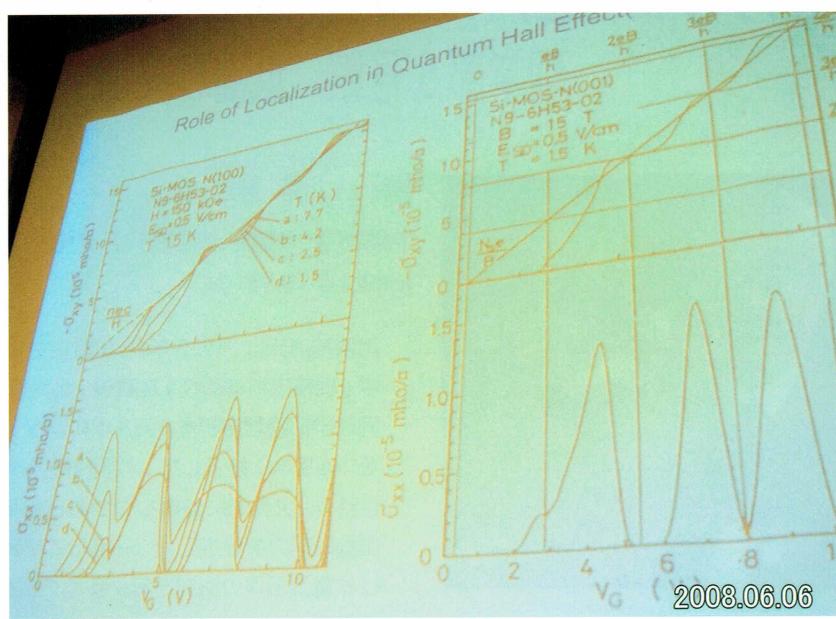
故 仁科芳雄 博士

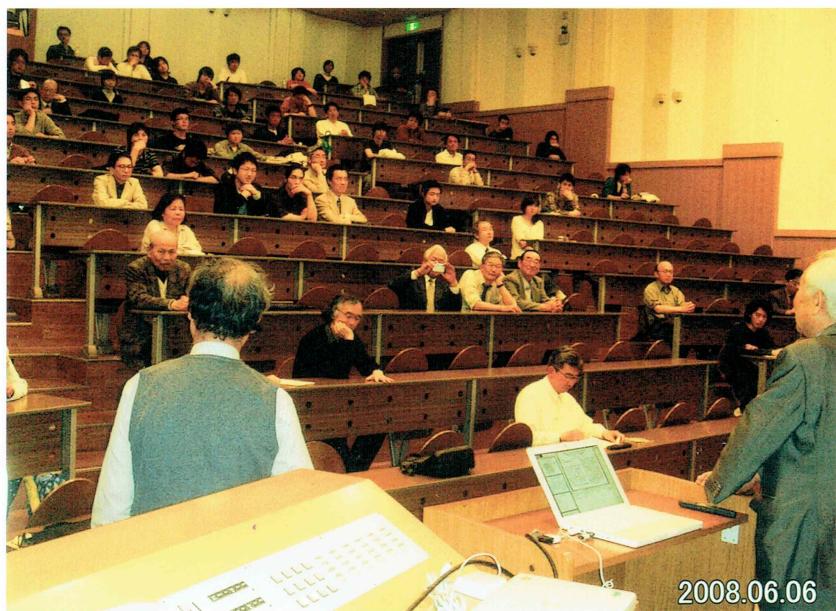


北海道大学

Hokkaido University







2008.06.06

半導体二次元電子の量子輸送

川路 紳治

学習院大学名誉教授

はじめに

ただいまご紹介を頂きました川路でございます。歴史と伝統をもつ仁科記念講演会の講師として皆様にお話をさせて頂きますことは、私の身に余る光栄であります。これからお話しする半導体表面の現象の基礎を、私はこの北海道大学の大学院で学びました。それは、いま考えましても、まことに幸運でした。お世話になりました諸先生に対するお礼を含めまして、私の自己紹介をさせて頂きます。私は旧制度の北海道大学予科1年を経て、新制北海道大学に入学しました。4年間の大学生活を終えて、私が大学院で学んだのは、1953年4月から1958年3月まででした。物理学専攻の指導教授は古市二郎先生です。私は漕艇部員でした。学部4年のとき、当時の漕艇部長は触媒研究所長であった堀内寿郎先生でした。この年、堀内先生はナックルフォアのコーチをなさっており、私はサブコーチをしておりました。その関係で、後に触媒研の所長になられた東克彦先生の実験室にお邪魔をしていて、東芝で半導体整流器の大家である小林秋男先生が触媒研に移って来られることを知りました。半導体についての研究はどのような状況であったかと言いますと、1948年にBrattainとBardeenによる点接触トランジスターの論文が発表され、1949年にはShockleyによる接合ダイオードと接合トランジスターの論文が発表されました。Shockleyの半導体テキストである“Electrons and Holes in Semiconductors”が出版されたのは1950年でした。1954年にはシリコン太陽電池が生まれ、1955年にはソニーからトランジスタラジオが発売されようとしていました。このような雰囲気の中で、私は半導体を学びたいと思うようになりました。そして、古市先生にお願いして、大学院では小林秋男先生の研究室で半導体を学ぶことが出来るようにして頂きました。触媒研の小林先生は物理の大学院の指導教授ではありませんでしたから、このようなご無理をお願いしたのです。与えられた研究課題は「半導体の表面電位とガス吸着」でした。Brattain、Bardeenら、ベル研究所の人々の論文を読み、振動容量法による表面電位の測定実験をさせて頂きました。1953年春から北大漕艇部はエイトに乗り、私はこの年の夏の全日本選手権大会まで堀内先生のお手伝いをしま

した。当時、日本で半導体の実験研究をする物理の大学院生は少なかったので、学習院大学理学部物理教室が新たに半導体分野の研究室を作ろうとしたとき、幸運にも私は講師として採用されました。その学習院大学理学部に44年間にわたって勤務いたしました。これからお話しするのは、この間になされた仕事の一部です。

まず、今日の講演題目についてお話いたします。二次元電子と申しますのは、その運動が平面内に限られている伝導電子のことです。電子の伝導現象は、電気伝導率、ホール効果、磁気抵抗効果などですが、これらは輸送現象（transport phenomena）とも呼ばれます。これらの多くは古典的な力学、電磁気学、統計力学により、一応、理解されます。しかし、量子力学に頼らなければ理解できない現象がありますので、それを量子輸送現象とよびます。この講演では、実験で導かれた量子輸送現象についてお話をいたします。

今日の「半導体二次元電子の量子輸送」のお話は次のように進めたいと思います。はじめに、「半導体二次元電子とは何か」についてお話をします。次に、「半導体物理学国際会議（京都、1966年）：半導体不純物伝導における負の磁気抵抗と半導体二次元電子の報告」と題しまして、この国際会議における一つの主題であった半導体の不純物伝導における負磁気抵抗について簡単にお話をし、この国際会議で初めて報告された二次元電子の二つの報告についてお話をします。次に、「二次元電子における負磁気抵抗の発見（1978）と弱局在」と題しまして、二次元電子における負磁気抵抗により、これが伝導電子スピinnとは無関係であることが判り、いわゆる弱局在状態に現れる現象であるとして二次元電子についての理論により実験結果が理解されたこと、それが三次元電子に拡張されて不純物伝導の負磁気抵抗があきらかにされた経緯についてお話いたします。そして、「量子ホール効果の予言（1974年）と発見（1980年）」についてお話をし、「電総研と学習院大グループによる量子ホール効果の高精度測定」でこの現象のユニークな特性を示します。最後に、二次元電子の役割のまとめについてお話しをして、結びと致します。

1. 半導体二次元電子とは何か

私のお話を題目「半導体二次元電子の量子輸送」にある半導体二次元電子について説明致しましょう。図1にシリコンMOS型電界効果トランジスタの断面図(a)とそのエネルギー-band構造の概念図(b)を示します。図(a)は、p型シリコンの表面を酸化して SiO_2 膜を作り、その上に金属ゲート電極Gを付けたコンデンサー構造を示します。SとDは不純物を添加したn型シリコン電極であり、ソース電極、ドレイン電極と呼びます。ソース電極を負に、ゲート電極を正とするゲート電圧 V_G を加えて、p型シリコンの表面から正孔をシリコン内部に押しやり、さらに伝導電子を誘導しますと、電極SとDの間に伝導電子によるn型チャネルの電気伝導が生まれます。こうして、電界効果トランジスタが働くのです。この電界効果トランジスタは集積回路を構成する主な要素の一つです。図(b)は、ゲート電圧を加えてp型シリコンの表面にn型チャネルが現れた状態のエネルギー-band構造の模式図です。

図1(b)で、 E_C は伝導バンドの底、 E_V は価電子バンドの頂上です。 E_F はフェルミ準位であり、半導体の内部はp型半導体であり、ソース電極Sに対して金属ゲート電極Gに正の電圧 V_G を加えて表面をn型チャネルにしているので、この図に示すエネルギー-band構造になっています。

ソース電極とドレイン電極の間に電流を流すn型表面層は、p型シリコン内部と

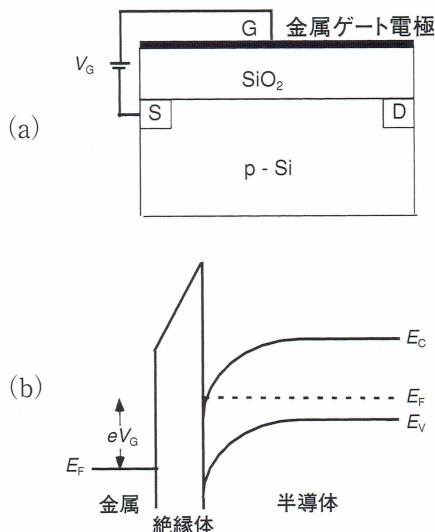


図 1

は伝導のキャリアが反対符号を持つので、n チャネル反転層と呼ばれます。n チャネル反転層は薄いので ($\sim 50\text{A}$)、電子は低温度では厚さ方向の運動が量子化された基底準位に収容されており (図 3 を参照)、運動の自由度は表面に平行な xy 平面内に限られて、二次元電子となっています。

図 2 に、シリコン MOS 型トランジスタの二次元電子の電気伝導を測定するため用いる試料の形状の例を示します。(a) はコルビーノ円板と呼ばれ、二次元電子はソース電極 S とドレイン電極 D によって完全に取り囲まれています。対角伝導率 σ_{xx} を測定するための理想的な電極構造です。(b) はホールバー試料と呼ばれ、電極 S と D の間に電流 I を流し、電圧プローブ P と P' 間の電位差を測定して対角抵抗 $R_{PP'}$ を測定し、対角抵抗率を求め、電圧プローブ H と H' 間のホール電位差 V_H を測定し、ホール抵抗 $R_H = V_H/I$ を求めます。(c) はホール電流バーと呼ばれ、S と D の間に電位差を与え、電極 H と H' とを短絡してホール電流を測定する電極構造です。

シリコン (001) 面の n 型反転層に垂直に強磁場 ($B \sim 10\text{T}$) を加えて、2 次元平面内の伝導電子のサイクロトロン運動の角振動数を ω_c として、温度 T で $\hbar\omega_c \gg k_B T$ となるようにランダウ準位を形成します。図 3 は、ランダウ準位が形成された状態のエネルギー準位図を示します。この図に描かれている要素は沢山あるので複雑ですが、強磁場中の二次元電子の主要なさまざまな状態を示しています。

図 3 の右端図はシリコン伝導帯の波数空間における等エネルギー面は 6 個の回転楕円体から成ることを示しています。回転楕円体の長軸方向の有効質量は m_l 、短軸方向の有効質量は m_t です。真空中の電子の質量を m_0 として、 $m_l = 0.916m_0$ 、 $m_t =$

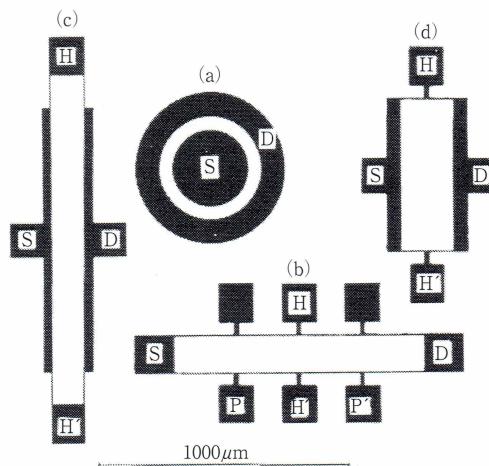


図 2

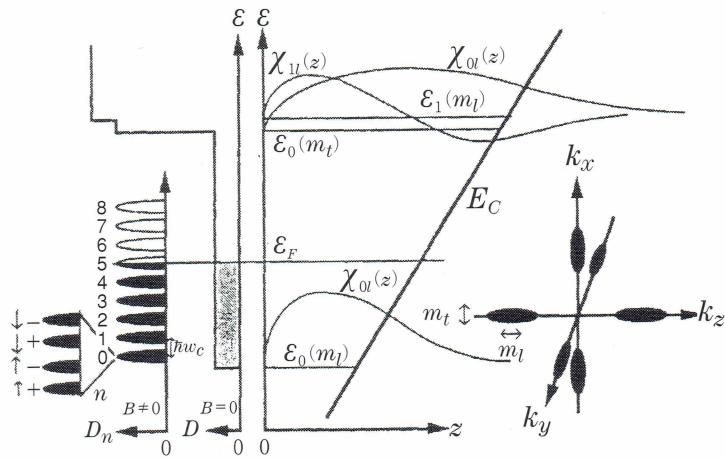


図 3

0.190 m_0 です。右から 2 番目の逆 3 角形ポテンシャルは表面 n チャネル反転層内の伝導帯の底を E_C として、表面に垂直方向の座標 z に対する反転層内の電子のエネルギー準位 $\varepsilon_n(m_l)$ 、 $\varepsilon_n(m_t)$ と波動関数 $\chi_{nl}(z)$ 、 $\chi_{nt}(z)$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) の概念図を示しています。 $m_l > m_t$ ですから、基底エネルギー準位は $\varepsilon_0(m_l) < \varepsilon_0(m_t)$ です。Stern の低温における self-consistent な計算の結果は、通常の電子濃度に対してフェルミ準位は図 3 に示すように $\varepsilon_o(m_l) < \varepsilon_F < \varepsilon_0(m_t)$ となっています。エネルギー準位図の左（左から 2 番目）の図は、磁場がないとき ($B = 0$) の右のエネルギー準位に応する電子状態密度 D の電子エネルギーに対する変化を示しています。二次元電子の状態密度はエネルギーによらず一定で、基底準位では $D = g_s g_v m_v / 2\pi\hbar^2$ (g_s : スピン縮重度、 g_v : 谷縮重度) で与えられます。最も左の図は、強磁場を加えて ($B \neq 0$)、エネルギー間隔 $\hbar\omega_c$ のランダウ準位が形成されたときのランダウ量子数 $n = 0, 1, 2, \dots$ に対応する状態密度 D_n を示します。最左図が示すのは、ランダウ量子数 n のランダウ準位は、スピン縮重 (\uparrow, \downarrow) と谷縮重 ($+, -$) が解けて、($\uparrow, +$)、($\uparrow, -$)、($\downarrow, +$)、($\downarrow, -$) の 4 個の準位に分離する有様を示します。

上述のように、まことに大まかですが、半導体シリコンの絶縁体との界面に、界面に垂直方向の運動が制限されて、界面に平行な二次元平面内に運動の自由度を持つ伝導電子—二次元電子—が存在する様子を述べました。このような二次元電子は、シリコン界面に限られるものではなく、条件さえ整えば、GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As のような半導体ヘテロ接合界面および半導体の自由表面にも形成されます。

2. 1966 年半導体物理学国際会議（京都）：半導体不純物伝導における負の磁気抵抗と半導体二次元電子の報告

1966 年夏、京都で半導体物理学国際会議が開かれました。これは、我が国で最初の半導体物理学国際会議でした。

当時、高濃度のドナー不純物やアクセプター不純物を含み、低温度で金属的な電気伝導特性を示す不純物伝導（impurity conduction）は主要な研究テーマでした。そのセッションで佐々木亘先生（電気試験所（当時）、後に東京大学理学部教授）は招待講演をされました。講演題目は“Negative Magnetoresistance in the Metallic Impurity Conduction”でした。

磁場による電気抵抗の変化—磁気抵抗効果—は、通常は電気抵抗が増加する効果として現れます。磁場が無いときの電流方向と逆向きの伝導電子の流れ速度が一様であるならば、電流方向に直交して加える磁場によって、電流方向に直交して現れるホール電場による電子に働く力と電子に働くローレンツ力が釣り合って、磁場による電気抵抗の変化は現れません。伝導電子の流れ速度が一様でないときには、ホール電場による力とローレンツ力が釣り合わない電子が現れますから、伝導電子の流れ速度に直交する速度成分が現れます。この場合には、磁気抵抗効果は正—電気抵抗の増加—の符号を持ちます。ところが、不純物伝導で現れる磁気抵抗効果は負の符号を持つのでまさに興味深い研究対象とされました。図 4 は佐々木先生の京都会議における招待論文に Fig.1 として報告されている図です。Cu:Mn のような希

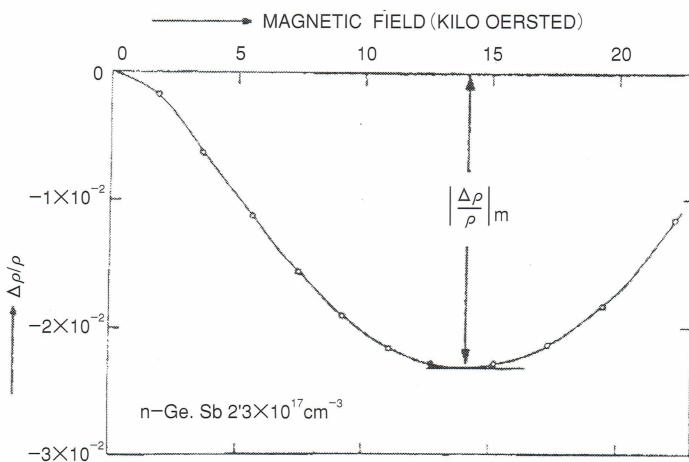


図 4

薄磁性合金の場合には、局在スピンをもつ不純物を含む金属では低温度で $\log T$ に比例する電気抵抗の項と負の磁気抵抗が観測されています。不純物伝導に現れる $\log T$ に比例する抵抗の温度依存項と負の磁気抵抗も局在スピンによる現象と考えられましたが、その局在スピンの起源は明らかではありませんでした。佐々木先生の招待論文の abstract には、“The observed effect, together with related phenomena, is explained from a point of view that this anomalous effect is caused by a magnetic system which appears in the random lattice of impurity atoms in the semiconductor.”と記述されています。

不純物伝導における負の磁気抵抗はまことに興味深い現象であり、多数の実験と理論の報告がありますが、明確な理解はなされていませんでした。

1966 年の京都における半導体物理学国際会議の“Transport Phenomena”的セッションで、半導体における新しい伝導現象についての二つの論文が報告されました。それらは、IBM 研究所の A. B. Fowler のグループによる論文“Oscillatory Magneto-Conductance in Si Surfaces”と、学習院大の川路・川口による“Galvanomagnetic Properties of Surface Layers in Indium Arsenide”です。

Fowler らの報告は、図 5 に示すように、シリコン MOS 型電界効果トランジスタのコルビーノ円板電極構造（図 2 の（a）の電極構造）をもつ試料に、温度 1.34 K で垂直に 3.3 T の磁場を加えてランダウ準位を形成して、ゲート電圧により電子濃度を変化させてコンダクタンスの振動周期が一様であることを示し、この電子系が磁場がないときに状態密度が一様である二次元電子であることを明示しました。

川路・川口は、p 型 InAs の表面に n 型の反転層が容易に形成される性質を用い、マイラーを絶縁膜に使用した MIS 構造（MOS 構造の Oxide を Insulator で置き換え

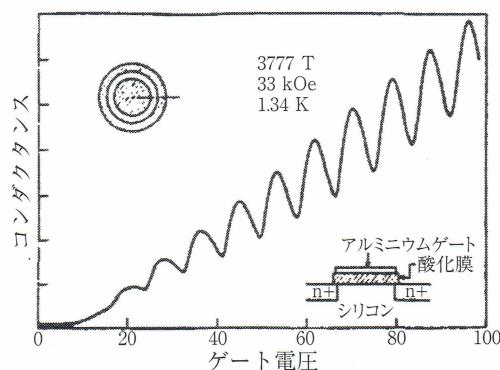


図 5

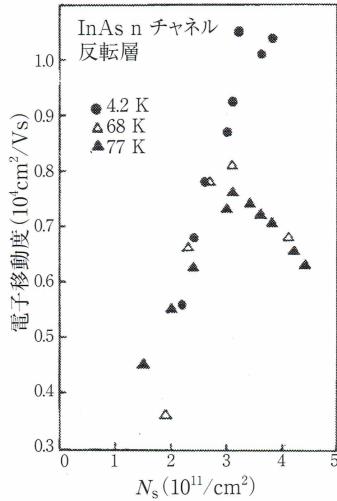


図 6

た構造) の電界効果を用い、表面反転層の電子移動度の表面電子濃度依存性を測定しました。図 6 に示す実験結果の中で、4.2 K における結果は、それまでの表面凹凸散乱に依存するとして期待される電子移動度の変化—電子濃度とともに移動度は減少する—とは逆に、電子濃度とともに電子移動度が増加することを示しています。これは、電子濃度の増加により二次元電子のフェルミ速度が増加する事により、イオン化不純物散乱の散乱断面積が減少するので移動度が増加する、として説明されました。この実験で示された移動度の電子濃度依存性は、1967 年、Stern and Howard によるイオン化不純物散乱移動度の詳細な理論でよく説明されています。

伝導電子の軌道運動に対する磁場の効果によって負の磁気抵抗が生まれることは、約 10 年後に、次に述べる半導体表面に現れる二次元電子の弱局在において明らかになります。

3. 二次元電子における負磁気抵抗の発見（1978 年）と弱局在

学習院大学の川口らは p 型シリコン表面にセシウム原子を吸着させることにより生ずる n 型反転層の電気伝導の Cs 濃度依存性、温度依存性を詳細に研究しました。その結果の 1 例を図 7 に示します。

川口らは、p 型シリコンの (111) 面の MOS 型トランジスタの表面を化学エッチ

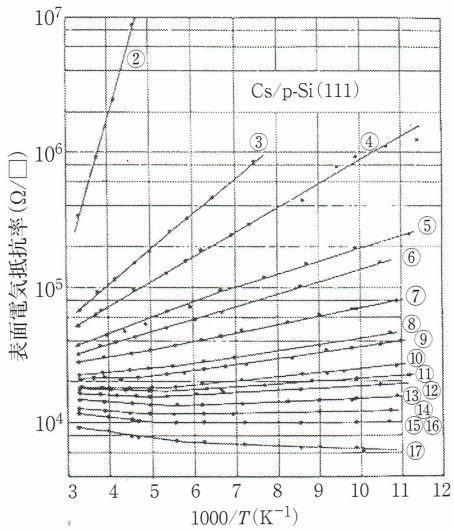


図 7

ングすることにより、ゲート金属膜を取り除き、さらにその下の SiO_2 膜を取り除き、コルビーノ円板電極を持つシリコン表面を露出します。この試料と加熱できる酸化セシウムを真空ガラス管に封入して、Cs 原子を少しづつシリコン表面に吸着させて、コルビーノ円板電極間の電気抵抗の温度変化を測定します。図 7 は Cs 原子の吸着量が異なるシリコン表面の n 型反転層の電気抵抗率の対数を温度 T の逆数に対してプロットした実験結果です（川口と川路、1976 年）。○内の試料番号 2、5、10、17 の Cs 原子吸着量 N_{Cs} (10^{16} m^{-2}) は、それぞれ、1.0、2.1、3.5 と 8.0 です。活性化エネルギー E_{Cs} の N_{Cs} 依存性は $E_{\text{Cs}} = E_0 - bN_{\text{Cs}}^{1/2}$ と表されます。この実験結果は、1949 年に Pearson と Bardeen によって示された p 型シリコンのアクセプターの活性化エネルギー E_A が、孤立したアクセプターの活性化エネルギーを E_I として、 $E_A = E_I - aN_A^{1/3}$ と表されるように、アクセプター濃度 N_A の $1/3$ 乗、すなわち不純物イオン間平均距離の逆数に比例する減少項を持つという実験結果に対応しています。この結果は、Cs 原子の吸着により形成されたシリコン表面の n チャネル反転層は二次元半導体とみなしてよいことを示しています。

図 8 はセシウム吸着シリコン表面の n チャネル反転層が低温度で示す電気抵抗率の温度依存性と磁気抵抗効果を示します（川口、北原と川路、1978 年）。図 8 (a) は、電気抵抗率は $\log T$ に比例して減少する温度依存性をもつことを示しています。また、図 8 (b) と (c) は表面に垂直に磁場を加えることにより電気抵抗が減少す

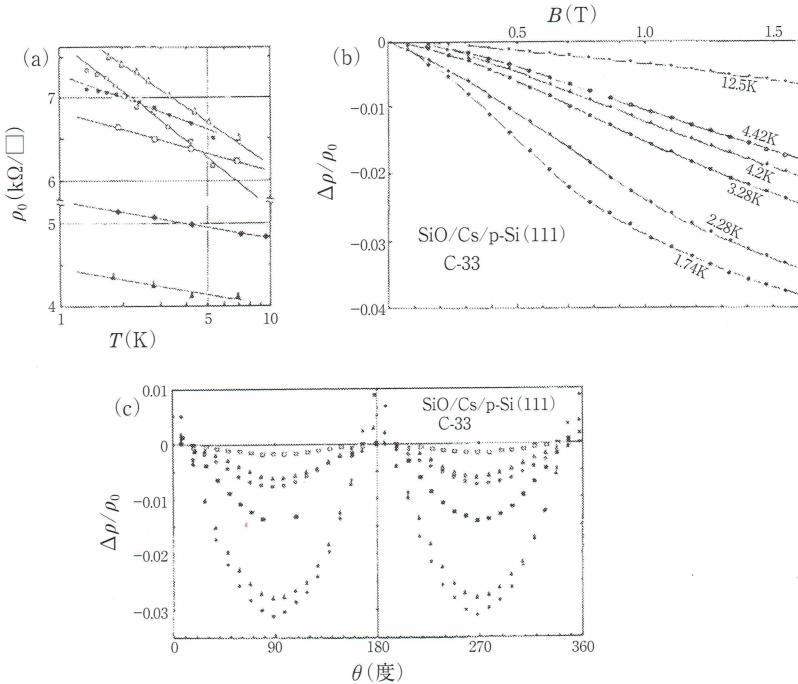


図 8

る負の磁気抵抗効果を示しています。図 8 (c) は、磁場の方位 $\theta = 0, 180, 360$ 度で電気抵抗の変化は正であることを示していますが、後のシリコン MOS トランジスタ試料の測定により、これらの磁場方位では電気抵抗の変化はゼロであることが確かめられました。GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As ヘテロ接合界面の二次元電子で測定された電気伝導率の磁場による変化の磁場方位依存性の測定結果を図 9 に示します。

負の磁気抵抗が二次元電子面に垂直に加えられた磁場によって現れる実験結果は、この現象が伝導電子のスピンではなく、伝導電子の軌道運動に関係していることを明確に示しています。

二次元電子が示す $\log T$ に比例する抵抗の温度依存性と負の磁気抵抗は二次元電子の弱局在効果 (weak localization effect) によって理解されました。

まず、負磁気抵抗について考えましょう。いま考えている二次元電子はごく弱い不規則ポテンシャルの中で運動しています。その波動関数はほとんど自由な進行波電子の波動関数と考えて良いでしょう。その波動関数は不規則ポテンシャルに出会うと散乱されます。不規則ポテンシャルは時間変化しないので、電子の進行波波動

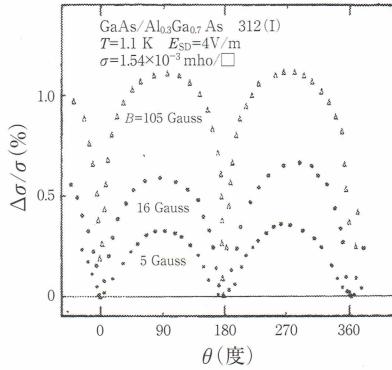


図 9

関数は時間反転対称性を持ちます。そして、進行波 $e^{ik \cdot r}$ に対して強い後方散乱が起ると、逆向きの進行波 $e^{-ik \cdot r}$ が生じます。これら、互いに逆向きの進行波の重ね合わせにより、定在波、すなわち局在する波が生まれます。このような局在波があるとき、弱い磁場を加えると、磁場のベクトル・ポテンシャルの中に置かれると波動関数の時間反転対称性は破れて、定在波は消えます。こうして、磁場により局在状態は消えるので、負の磁気抵抗が現れます。

有限温度では、電子は不規則ポテンシャルによる弾性散乱だけではなく、格子振動ならびに他の電子との相互作用による非弾性散乱を受けます。非弾性散乱の緩和時間を τ_ε としますと ($\tau_\varepsilon \propto T^{-p}$ 、図 10 を参照)、 τ_ε より短い時間間隔では非弾性散乱を受けないと考えてよいでしょう。その間、電子は不規則ポテンシャルのみによる散乱を受けることになります。電子の運動は量子力学的な拡散ですから、 D を拡散係数として、時間 τ_ε の間に拡散する距離は

$$L_\varepsilon = \sqrt{D\tau_\varepsilon} \quad (1)$$

と表されます。不規則ポテンシャルによる散乱時間を τ 、フェルミ速度を v_F として、二次元における拡散係数は $D = v_F^2 \tau / 2$ で与えられます。

L_ε は非弾性散乱を受けない空間の広がりですから、電子波の位相の記憶が保たれる長さであり、位相緩和長とよばれます。位相緩和長の範囲内では、電子は不規則ポテンシャルによる弾性散乱のみを受けて運動するので、先の局在の議論はそのまま適用されます。位相緩和長の外に出た電子は非弾性散乱されて、位相の記憶を失

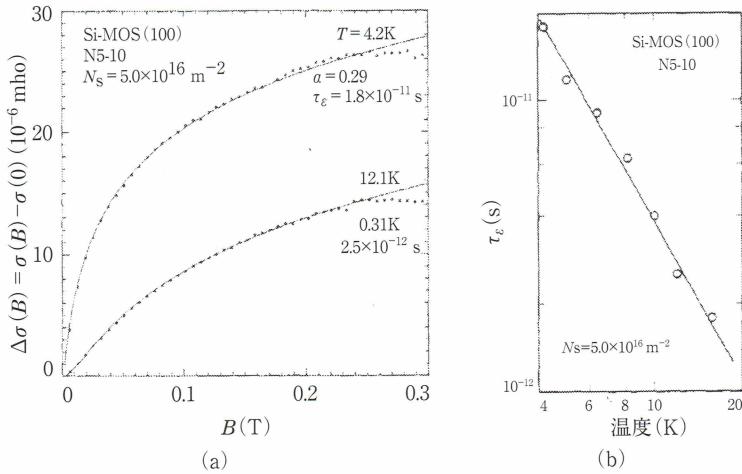


図 10

い、改めて波の伝搬を始めます。したがって、有限温度におけるマクロな系は一片の長さ L_e の独立なブロックの集まりとみなしてよいでしょう。

一辺の長さが L の二次元のブロックのコンダクタンスを $G(L)$ としますと、コンダクタンスは断面積 L^2 に比例し、長さ L に反比例しますから、電気伝導率を σ としますと、 $G(L) = \sigma$ となると、通常は、考えられます。けれども、これは、コンダクタンスが大きい、 L によらない電気伝導率をもつ金属の場合です。一般の場合には、 L を大きくしたときコンダクタンスが小さくなるならば、それは、電子状態が局在していることを意味します。そのような場合を含めて、一般的に考えたのが 1978 年に報告された Abrahams、Anderson、Licciardello と Ramakrishnan の 4 人組によるアンダーソン局在のスケーリング理論です。

二次元電子のコンダクタンスに対する弱局在効果による温度に依存する補正項は、1979 年、Anderson、Abrahams と Ramakrishnan による摂動計算によって

$$\Delta\sigma_2(T) = \frac{\alpha pe^2}{2\pi^2\hbar} \log T \quad (2)$$

と与えられました。ここで、 α は個々の系によらない定数です。

図 8 (a) に示されている $\log T$ に比例する電気抵抗率の温度依存性は、式 (2) の係数 αp の値を、図の最も上に白三角で示されている試料については $\alpha p = 0.98$ 、最も下の黒三角の試料については $\alpha p = 0.81$ とする事により説明できます。この測定

に用いた試料は Si (111) 面の n 型反転層ですから、伝導帯の谷縮重度 $n_v = 6$ を考慮しなければならないように思われますが、谷間散乱時間に比べて非弾性散乱時間が十分に長いので、谷縮重度は考慮しなくても良いと考えられます。

氷上、Larkin と長岡は、1980 年、2 次元電子の弱局在における負磁気抵抗の理論を次式のように導きました。

$$\Delta\sigma_{\text{HLN}}(B) = \frac{n_v \alpha e^2}{2\pi^2 \hbar} \left[\psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{a\tau_\varepsilon}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{a\tau}\right) + \ln\left(\frac{\tau_\varepsilon}{\tau}\right) \right] \quad (3)$$

ここで、 ψ はディ・ガンマ関数であり、 a は $a = 4DeB/\hbar$ と表されます。ここで、 $a\tau$ は平均自由行程 l と基底ランダウ準位の軌道半径 $l_0 = \sqrt{\hbar/eB}$ を用い、

$$a\tau = \frac{2l^2}{l_0^2} = \frac{\sigma_0 \text{(mho)}}{1.93 \times 10^{-5} n_v} \frac{\mu B}{\text{G}} \quad (4)$$

と表されます。

氷上、Larkin と長岡の式を用いて最初に解析された、シリコン (001) 面 n 型反転層で測定した負磁気抵抗（電気伝導率の磁場による増加）の磁場依存性を図 10 (a) 図に示します（川口と川路、1980 年）。この図中の計算結果は、 $n_v = 2$ として $\Delta\sigma_{\text{HLN}}$ を用いて実験結果を再現するように α の値と τ_ε を求めて計算した値です。この負磁気抵抗の磁場依存性から求めた非弾性散乱時間の温度依存性を図 10 (b) 図に示します。この結果は、 $\tau_\varepsilon \propto T^{-1.8}$ となっていて、合理的な温度依存性を示していると考えられます。なお、この試料の 4.2 K における電子移動度のピーク値は $\mu = 13000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ です。

負の磁気抵抗が二次元電子面に垂直に加えられた磁場によって現れる実験結果は、この現象が伝導電子のスピンではなく、伝導電子の軌道運動に関係していることを明確に示しています。二次元電子の負磁気抵抗の磁場依存性は氷上、Larkin と長岡による理論により説明されました。川畠による三次元電子系の負磁気抵抗の理論（1980 年）により半導体の不純物伝導で測定された負磁気抵抗の実験結果は説明されました。

二次元電子の負磁気抵抗の研究は、その後、GaAs/Ga_{0.3}Al_{0.7}As ヘテロ接合界面を用いた詳細な実験ならびに適用磁場の領域を拡張した理論ならびに非弾性散乱時間の理論の発展など、大きな発展があります。

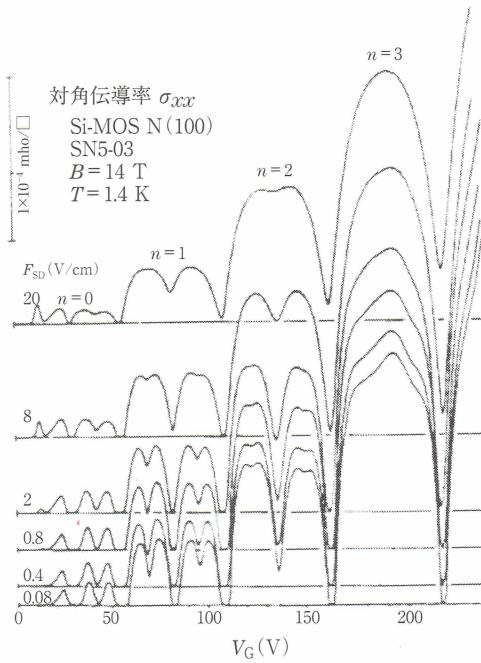


図 11

3. 量子ホール効果の予言（1974 年）と発見（1980 年）

量子ホール効果は安藤恒也氏により 1974 年に予言され、1980 年、川路・若林および von Klitzing, Dorda と Pepper により実験で確かめられました。量子化ホール抵抗の 4ppm の高精度での測定結果とこれが微細構造定数の新しい測定法であると提案した von Klitzing 氏は、1985 年、ノーベル賞を授与されました。そして、量子ホール効果は 1990 年から電気抵抗の国際標準として用いられています。

量子ホール効果では、強磁場中の二次元電子の強い局在が重要な働きをしています。この局在現象を明確に示したのは 1976 年の川路・若林による対角伝導率のソースードレイン電場依存性の実験です。彼らは 1.4 K の温度で 14 T の磁場を加えてランダウ準位を形成したシリコン MOSFET のコルビーノ円板電極試料を用い、対角伝導率 σ_{xx} のゲート電圧依存性をソースとドレイン電極の間の電場 F_{SD} を変えて測定しました。その結果を図 11 に示します。この図はランダウ準位量子数が $n = 0, 1, 2, 3$ のランダウ準位の対角伝導率 σ_{xx} のゲート電圧依存性を示していますが、スピンと谷により分離した最低ランダウ準位の σ_{xx} のピークは F_{SD} が 0.8 V/cm 以上でなければ

観測できないことが判ります。最低ランダウ準位の電子は低温度では局在しており、電場 F_{SD} を上昇させることにより、その電子は局在状態から解放されます。同様な局在状態の電子を $n = 0$ と $n = 1$ のランダウ準位の間、 $n = 1$ と $n = 2$ 、 $n = 2$ と $n = 3$ のランダウ準位の間でも見出されます。そして、($n \uparrow +$) 準位の下端の局在電子状態濃度と ($n - 1 \downarrow -$) 準位の上端の局在電子状態濃度との和の局在電子濃度を $N_{immobile}(n)$ と表すと、それは $N_{immobile}(n) \simeq (eB/h)/(2n+1)$ と表されることが判りました。この局在状態が、次に述べる様に、量子ホール効果を生み出すのです。

固体物理の教科書を復習すると、磁場がないときの電気伝導率 σ_0 は、二次元電子の濃度を N_s とし、散乱緩和時間を τ として、

$$\sigma_0 = eN_s\mu = \frac{e^2 N_s \tau}{m} \quad (5)$$

と表されます。ここで、 $\mu = e\tau/m$ は電子の移動度です。

z 方向に磁場 B が加えられたとき、電流密度 J_x と J_y は電気伝導率テンソルを使って

$$J_x = \sigma_{xx}F_x + \sigma_{xy}F_y \quad (6)$$

$$J_y = \sigma_{yx}F_x + \sigma_{yy}F_y \quad (7)$$

と表されます。等方的な二次元電子では $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ と $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ が成り立ちます。 σ_{xx} を対角伝導率、 σ_{xy} をホール伝導率と呼びます。

先に、フェルミ準位がランダウ準位の境界近傍にあるとき、伝導電子は局在する、即ち、 $\sigma_{xx} = 0$ が成立すると述べました。そのとき、ホール伝導率はどのようになるのでしょうか？

安藤、松本と植村は、1975年、強磁場中の二次元電子のホール効果の理論を研究しました。彼らの結果は次のようです：

(1) ホール伝導率は、ランダウ準位の幅を Γ として次式で与えられる。

$$\sigma_{xy} = -\frac{N_s e}{B} + \frac{\Gamma}{\hbar \omega_c} \sigma_{xx} \quad (8)$$

(2) 各ランダウ準位が完全に満たされているとき、ホール伝導率は不純物には

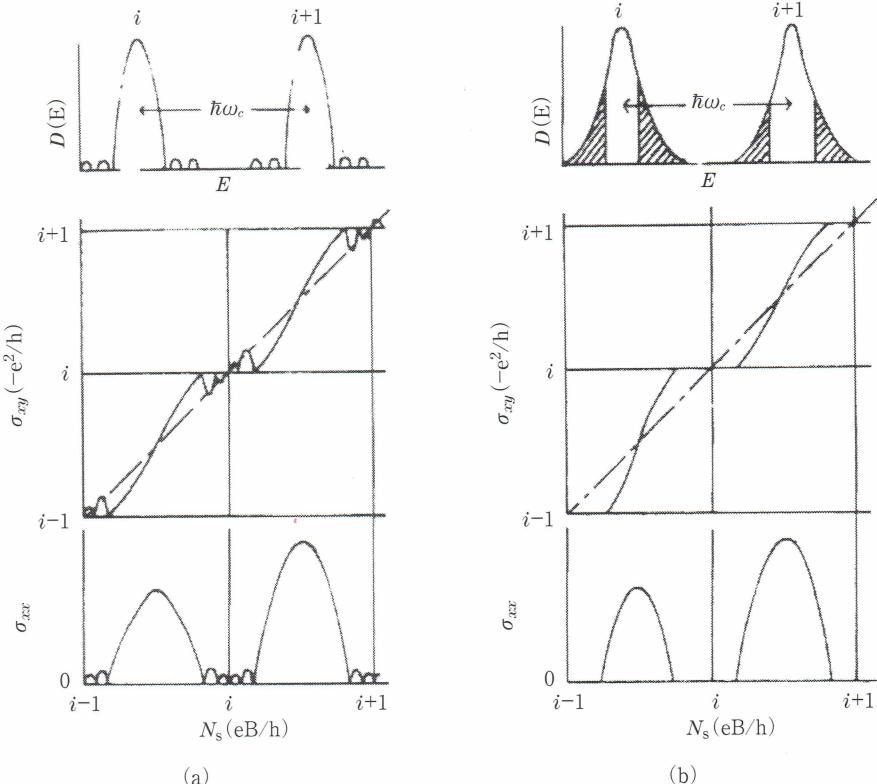


図 12

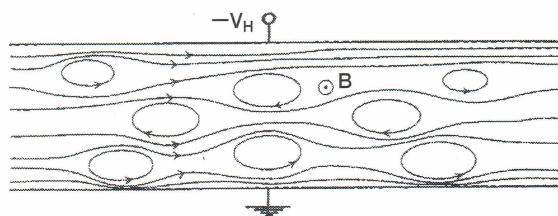


図 13

影響されなくて、フェルミ準位が i 番目の主要ランダウ準位と $(i + 1)$ 番目の主要ランダウ準位の間のエネルギーギャップにあるときには、次式で与えられる。

$$\sigma_{xy} = -\frac{ie^2}{h} \quad (9)$$

(3) 各ランダウ準位から分離した不純物バンドがあるときには、フェルミ準位が i 番目の主要なランダウ準位と $(i + 1)$ 番目の主要なランダウ準位の中間のエネルギーギャップにあるときには、ホール伝導率は (9) 式で与えられる。

この理論の結果を図に描きますと、図 12 (a) のようになります。図 12 (a) では、主ランダウ準位の状態密度を大きな半楕円形で、不純物バンドの状態密度を小さい半楕円形で表しています。

図 12 (a) に示す安藤、松本と植村の理論の取り扱いでは不純物の効果は不純物帯として表されます。この結果から、不純物帯が形成されない場合には不純物準位の電子は、斜線で示すように、局在していると考えて、1974 年、安藤恒也氏は図 12 (b) に示すように、量子ホール効果を予言しました。

図 12 (b) は、不規則ポテンシャルによる伝導電子の局在により量子ホール効果が生じることを示しています。不規則ポテンシャルが変化する領域の有効距離が電子のランダウ軌道半径に比べて十分に大きい場合は、図 13 に示す様に、局在は理解しやすいので、この場合の電子の局在について考えましょう。

強磁場中でランダウ準位が形成されている電子に y 方向に電場 F_y を加えると、散乱がなければ電子のランダウ軌道の中心は速度 $v_x = F_y/B$ で等速運動をします。 i 個のランダウ準位が満たされていれば、電子濃度は $N_s = ieB/h$ ですから、電流密度は $J_x = -ie^2F_y/h$ であり、ホール伝導率は $\sigma_{xy} = -ie^2/h$ のように量子化されています。いま、図 13 に示すように、二次元電子は滑らかなポテンシャルの山と谷の空間にあり、それらポテンシャルの広がりがランダウ軌道半径に比べて十分に大きいとしますと、電子のランダウ軌道の中心座標が局所的な電場に直交する等ポテンシャル線に沿って周回運動をする軌道に捕獲された局在電子が現れます。このように、長距離ポテンシャルの揺らぎによりランダウ準位の上端と下端の近くにできるマクロな局在準位の中にフェルミ準位があるときには、ホール電流は非局在状態の電子によって運ばれます。この模型では、局在状態と非局在状態は試料内でマクロに分離されていて、局在状態のへりは等電位線となっています。ほぼ i 個のランダウ準位が満たされているとき、フェルミ準位は局在準位の中にあり、非局在状態の電子は散乱されることなく $\sigma_{xy} = -ie^2/h$ でホール電流を運び、対角伝導率はゼロとなっています。

このような状態のホールバー試料では、非局在状態中の電位差の総和は試料の上下端に現れるホール電位差 $-V_H$ となります。位置 x で試料を横切って x 方向に流れ全電流 I と試料の上下端の間のホール電位差 V_H は次のように表されると考えてよいでしょう。位置 y_j における非局在状態の y 方向の広がりを Δy_j とし、電場を F_y

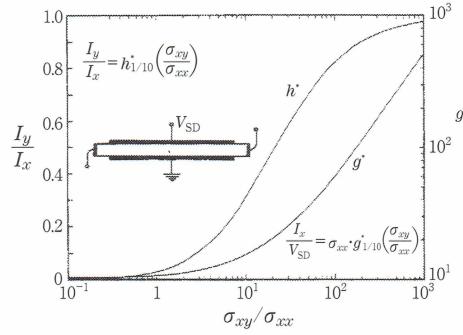


図 14

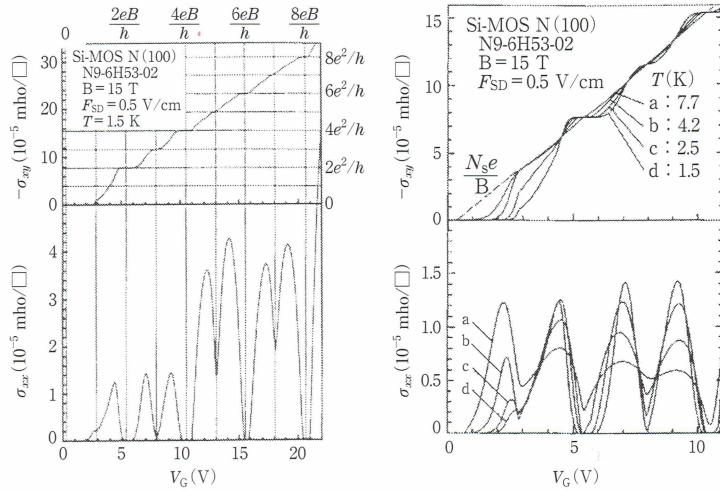


図 15

図 16

$(extended; x, y_j)$ としますと、全電流は

$$I = \sum F_y (extended; x, y_j) (ie^2/h) \Delta y_j \quad (10)$$

となります。このとき、試料上下端のホール電位差は

$$V_H = \sum F_y (extended; x, y_j) \Delta y_j \quad (11)$$

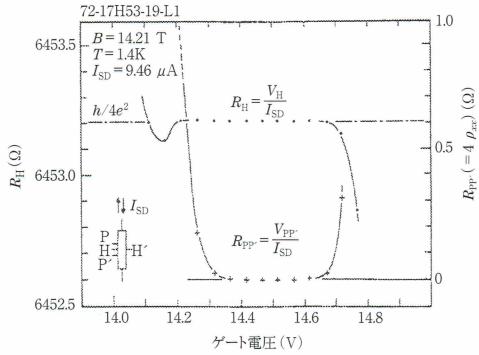


図 17

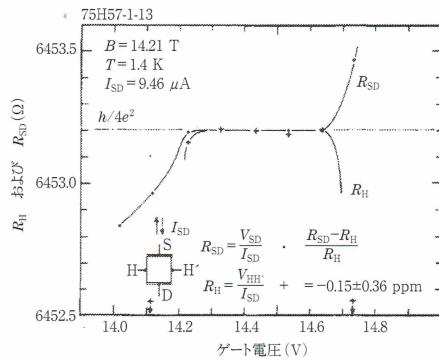


図 18

となっています。したがって、ほぼ i 個のランダウ準位が電子で満たされている試料のホール抵抗は、電流 I と電位差 V_H との比として

$$R_H(i) = \frac{h}{ie^2} \quad (12)$$

となっています。このとき、対角抵抗率はゼロとなります。

図 12 と比べて、ホール抵抗が量子化されていない領域での伝導率の実験結果はどうなっているのでしょうか？対角伝導率はコルビーノ円板電極を用いて測定されていて、図 11 が示す様に、図 12 (b) の結果と良く似た結果が得られています。けれども、ホール伝導率の測定は容易ではありません。図 2 (b) に示されているホールバー試料を用い、対角抵抗率 ρ_{xx} とホール抵抗率 ρ_{xy} を求めて、テンソルの変換によっ

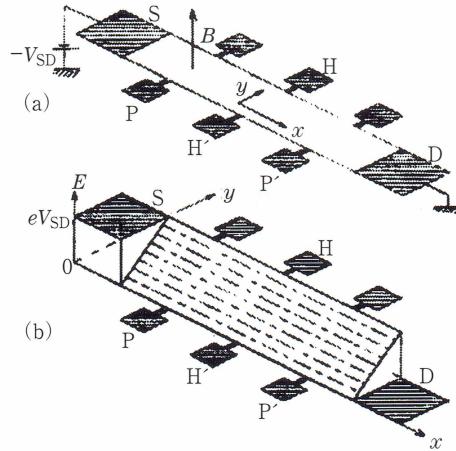


図 19

て σ_{xx} と σ_{xy} を導くことは可能です。けれども、このようにして導いた σ_{xx} の値はコルビーノ電極試料で測定した対角伝導率とは、量子ホール効果状態を除いて、一致しません。この事実は、量子ホール効果状態を除いて、図 2 (b) に示すホールバーのように二次元電子の大部分が外部に開かれている電極構造は ρ_{xx} と ρ_{xy} の正しい値を与えてくれないと考えられます。

いろいろと試みた末に、若林と川路は図 2 (c) に示されている横長ホールバー試料（ソニー（株）・八木氏の製作）を用い、ソースードレイン間の電圧 V_{SD} を一定値にして、ソースードレイン間の電流 I_x とホール電極 H と H' 間の短絡電流即ちホール電流 I_y をゲート電圧 V_G を変えて測定し、図 14 に示す Wick の h^* 関数と g^* 関数とを用い、図 15 に示す様に、コルビーノ電極構造で測定した σ_{xx} の V_G 依存性と一致する実験値を得ることができました。図 16 図は、温度の上昇により局在状態から電子が解放されることによる σ_{xx} と σ_{xy} の値が変化する様子を示しています。

4. 電総研と学習院大グループによる量子ホール効果の高精度測定

1980 年後半、電総研の山内、吉広、木下、稻垣氏らと学習院大グループは東大物性研究所の超伝導電磁石による強磁場を用いて量子ホール効果の高精度測定を行いました。用いたホールバー（図 2 の試料 (b)）は、ソニー（株）の八木氏によって製作された Si-MOSFET です。山内氏が 1981 年 6 月に NBS（米国）で開かれた高精

度測定と基礎定数の会議で報告した二つの測定例を図 17 と図 18 に示します。

図 17 はホール抵抗 $R_H(4)$ の量子化ホールプラトーと対角抵抗 R_{pp} です。この量子化ホール抵抗の値は $R_H(4) = 6453.2024 \pm 0.0008\Omega$ です。このプラトーに対応する対角抵抗 $R_{pp} = 4\rho_{xx}$ の平均値は $5 \times 10^{-3}\Omega$ です。

図 18 は長さと幅が等しく大きい ($L = W = 1600\mu m$) ホールバーを用い、ホール抵抗 $R_H(4)$ とソースドレイン間抵抗 $R_{SD}(4)$ のゲート電圧依存性を測定した結果です。これら二つの抵抗値は見事に一致しています。この結果は、量子ホール効果の特性を示すとともに、高濃度の不純物がドープされたソース電極、ドレン電極と二次元電子との間の抵抗が極めて小さいことを示しています。図 18 の実験結果に基づいて、量子ホール効果状態のホールバー試料内の二次元電子のエネルギー分布の概念を図 19 に描きました。

結び

以上、二次元電子が示すユニークな量子輸送現象を紹介いたしました。これらの現象の中には、二次元電子でなければ観測できない現象と、三次元電子によっても観測できるが、二次元電子でなければその物理は解明されなかつたであろうと考えられる現象があると考えられます。量子ホール効果は前者であり、負磁気抵抗は後者です。

講演を終えるに当たって、二次元電子の輸送現象の実験をして下さった学習院大学の皆さんとそれを助けて下さった多数の方々に感謝いたします。そして、私にこの機会を与えて下さいました山崎敏光理事長ほか仁科記念財団の皆様と北大で講演会のお世話を下さいました石川健三教授に厚くお礼を申し上げます。