2019年度仁科記念講演会@東大理学部, 2019年12月6日

量子ビットの幾何学から重力へ



京都大学基礎物理学研究所





① はじめに

物理学の研究において、最も基礎となる操作は マクロなものを拡大してミクロな構造を調べること。 つまり顕微鏡(素粒子物理では加速器)を覗く! では重力の物理学における、最高精度'の顕微鏡は? ⇒ ホログラフィー原理(ゲージ重力対応)! ホログラフィー原理は実際の実験ではないが、 重力理論の思考実験の顕微鏡としての役割を果たす。 ⇒重力理論の時空を拡大すると何が見えるか??

重力理論特有の現象の中で最も重要なものとして、 ブラックホールがある(思考実験のターゲット)。

ブラックホールは重い星の重力崩壊などで形成され るが、極めて強い万有引力のために光すら抜けせ ず、ブラックホールの中は外から見えない!



<u>ブラックホールのエントロピー (Bekenstein-Hawking公式)</u> [1972-1976]

$$S_{BH} = \frac{k_B \cdot c^3}{4G_N \cdot \hbar} \cdot \mathbf{ABH}$$

⇒ブラックホールの熱力学



BHエントロピーは体積ではなく面積に比例する!

➡ 重力理論の自由度は面積に比例する!



BHエントロピー(∝面積) = 物質のエントロピー(∝体積)

[超弦理論からのBHエントロピー導出: Strominger-Vafa 1996]



(1) はじめに ② ゲージ重力対応とは? ③ 量子エンタングルメントとゲージ重力対応 ④ エンタングルメント・ウェッジ (5) 量子ビットからの時空の創発

⑥ おわりに



反ドジッター (AdS) 時空 ゲージ理論(CFT) の重力理論 閉じた弦=重力 開いた弦 ゲージ理論 [SU(N)ゲージ群] 境界 等価 **>** Z N枚のDブレイン $ds^{2} = R^{2} \cdot \frac{dz^{2} - dt^{2} + \sum_{i=1}^{d} dx_{i}^{2}}{z^{2}}$ (超弦の凝縮したもの) ブラックブレインの熱力学 ゲージ理論の熱力学 価

ゲージ重力対応[Maldacena 1997]が発見されてから20 年以上経過し、非常に多くの検証がなされており、 疑いのない等価性として広く受け入れられている。

しかし、その証明自体は未だに存在せず、ゲージ重力 対応の基礎的メカニズムは完全には解明されていない。

例えばドジッター宇宙やビックバン宇宙のように現実の宇宙に関係する量子重力を解明するには、ホログラフィー原理を一般化する必要があり、ゲージ重力対応の基礎的メカニズムの理解は不可欠である。

その後、ゲージ重力対応のエンタングルメント・エン トロピーの公式[笠-高柳 2006]が見出され、ゲージ重力 対応が量子情報理論と結びつく発端となった。

その後の世界中の研究者による様々な研究で、

重力理論の時空 = 量子エンタングルメントの集まり (英語で, "It from Qubit" と呼ばれたりもする) という新しい考え方が生まれてきた。

この話題と最近の発展を以下では紹介したい。

③ 量子エンタングルメントとゲージ重力対応 (3-1) 量子エンタングルメント 量子エンタングルメント(量子もつれ)=2体の量子相関 簡単な例:スピン二つの系(2 Qubit)

(1) 直積状態 $|\Psi_c\rangle = |\uparrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B$ A B ・ エンタングルメントなし!



エンタングルメント・エントロピー(EE)

|エンタングルメントの度合=ベル対の数=EE|

Aの密度行列 ρ_A (Bにアクセスできない観測者) を導入することで $\rho_A = \operatorname{Tr}_B \left[|\Psi_{tot} \rangle \langle \Psi_{tot} | \right]$

エンタングルメント・エントロピー SA が定義される:

 $S_A = -\text{Tr}[\rho_A \log \rho_A]$ ≈ AB間のベル対の数

<u>量子エンタングルメントの概念図</u>



(3-2) エンタングルメント・エントロピー のホログラフィー公式 [笠-高柳 2006] ゲージ重力対応において、ゲージ理論(CFT)のエンタン グルメント・エントロピーは次の公式で計算できる!



- 「_A は A を 覆 う 曲 面 の 中 で 最 小

 の 面 積 を 持 つ 曲 面 (極 小 曲 面)
 。
 - ▲と 「A はホモロジー同値。

小田田)。 -同値。 境界のCFT 時空の重力理論

(_A



この公式はブラックホールのエントロピーの 一般化と思える。(A=系全体でBHエントロピーと一致)



AdS BH = CFTの有限温度状態 ⇒混合状態 : SA≠SB

<u>どのようにこの公式を見出したか?</u>

Aの観測者 R

Bにアクセスできない観測者は Γ_A にブラックホールがあるよう に見え、斜線の領域が隠される。 \Rightarrow そのBHのエントロピーがEE!

実際に、具体例で計算すると、場の理論の 計算とうまく一致することが分かった。

★ 後にLewkowyczとMaldacena (2013年) により
 Aがアクセスできる
 ゲージ重力対応の原理から証明された。
 ⇒エンタングルメント・ウェッジと呼ばれる

(3-3)アインシュタイン方程式とエンタングルメント エンタングルメント・エントロピーの第一法則 $\Delta S_A \cong \Delta H_A$ HA=-logρA: モジュラーハミルトニアン [Blanco-Casini-Hung-Myers 2013, Prudenziati-沼澤-野崎-高柳 2013] $\partial_l^2 - \partial_l - \partial_x^2 - \frac{3}{l^2} \bigg) \Delta S_A(t, \vec{x}, l) = \langle O \rangle \langle O \rangle$ (\mathbf{t},\mathbf{x}) $\frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$

▶ 第一法則はアインシュタイン方程式の一次摂動と一致! [Lashkari-McDermott-Raamsdonk 2013,…] (3-4) 強劣加法性の証明

量子情報の基本となる不等式の強劣加法性 [Lieb-Ruskai 73] が幾何学的に証明できる!



「量子情報の不等式=幾何学の三角不等式」となる!

部分領域数は任意⇒エントロピー円錐 [Bao-Nezami-大栗-Stoica -Sully-Walter 2015]

④エンタングルメント・ウェッジ

(4-1) エンタングルメント・ウェッジ(EW)とは?

ゲージ理論(CFT)の領域Aに対応するAdS時空の領域は? ⇒エンタングルメント・ウェッジ MA と呼び、 MA = Aと「Aに囲まれる領域 で与えられる。



in CFT $\Leftrightarrow \rho_{\scriptscriptstyle MA}$ in AdS 時空

[Hamilton-Kabat-Lifschytz-Lowe 2006, Czech-Karczmarek-Nogueira-Raamsdonk 2012, Wall 2012, Headrick-Hubeny-Lawrence-Rangamani 2014, Jafferis-Lewkowycz-Maldacena-Suh 2015, Dong-Harlow-Wall 2016,...]

<u>領域AUBのエンタングルメントウェッジと相転移</u>





P点の情報は ρ_{AB} から再現できるが、 ρ_A, ρ_B, ρ_C からは再現できない! **→** 量子誤り訂正符号の性質 [Almheiri-Dong-Harlow 2014]

物理空間 = 全てのCFT状態 = 量子重力 し 符号空間 = 低エネルギーCFT状態 = 一般相対論 量子誤り訂正符号で保護されている 古典的な時空が創発



この量はゲージ理論の<mark>純粋化エンタングルメント(EoP)</mark> と呼ばれる量と等しいと予想される。 ↑

$$\mathbf{E}_{\mathrm{W}}(\rho_{\mathrm{AB}}) = \mathbf{E}_{\mathrm{P}}(\rho_{\mathrm{AB}})$$

純粋状態で表した場合の最小の エンタングルメント・エントロピー

[梅本-高柳 2017, Nguyen-Devakul-Halbasch-Zaletel-Swingle 2017, CFTによる検証: Caputa-宮地-梅本-高柳 2018, ODDエントロピー解釈: 玉岡 2018] (4-4)CFTからのEWの直接導出 [梅本-楠亀-鈴木-高柳 2019] エンタングルメント・ウェッジはCFTにも存在するのか? ⇒エンタングルメント・ウェッジの影をCFTで検出できる。 境界(CFT AdS時空 エンタングルメント 測地線に沿って射影 ・ウェッジの影 エンタングルメント ・ウェッジそのもの 時亥 -定面

<u>EWの影の検出方法の概略</u>

領域Aの観測者(ρ_A)は 点Pを観測できるが、 点Qは観測できない!

ニ点相関関数<0102>で AdS空間の点PやQを プローブすることができる。

そこで、 ρ_A で P や Q の 位置の変化を検出できるか 調べる!



<u>量子情報の距離・計量</u>

ρA が点Pの位置xを検出できる ⇒ x≠x'の時に ρA(x)とρA(x')を区別できる。

ニつの状態ρとρ' **ブレス距離**がある:

が離れている度合いを測る量に
$$D_B(\rho, \rho')^2 = 2 - 2 \operatorname{Tr} \left[\sqrt{\sqrt{\rho} \rho' \sqrt{\rho}} \right]$$

忠実度(Fidelity)

状態 ρ がパラメーターxに依存する場合($\rho(x)$)は、 ブレス計量Gijを次のように定義できる。

 $ds^2 \equiv D_B(\rho(x), \rho(x+dx))^2 \cong G_{ij}dx^i dx^j$



ゲージ重力対応の予想通り,強結合CFTのみEWの影を持つ!

ブレス計量を計算すると点PがEW内にある場合は、

$$ds_B^2 = \frac{h}{(x_2)^2} (dx_1^2 + dx_2^2)$$

と、反ドジッター時空の時刻一定面の計量に比例する ことが分かる(hは演算子Oの共形次元)。

量子多体系の計算から曲がった空間の計量が創発する!

⑤量子ビットからの時空の創発

このエントロピー公式は、プランク面積あたり 1量子ビットのエンタングルメントの存在を意味する。



このように、重力理論の時空が、量子ビットの集合 体と解釈できることが示唆される。

1量子ビットのエンタングルメント 多数の量子ビット 多数の量子ビット シーロンタングルメント シーロンタングール

これを実現する模型がテンソルネットワーク! [Swingle 2009]

テンソルネットワークは量子状態を幾何学的に記述する手法。 量子多体系の数値計算で、変分法のansatzとして提案。

<u>テンソルネットワークの例</u>

例1: MERA [Vidal 2005]

⇒量子臨界点(CFT)の良い 変分法の波動関数



例2: HAPPY模型:

[Patawski-吉田-Harlow -Preskill 2015]

⇒量子誤り訂正符号を

多数組み合わせた模型



量子ビットの幾何学構造 = 反ドジッター空間

テンソルネットワークの連続極限(場の理論)?

<u>手法1:cMERA(MERAの連続極限)</u> [Haegeman-Osborne-Verschelde -Verstraete 2011]

cMERAの応用例:質量を急にゼロに変化させた後の時間発展 (量子クエンチ)を解析。エンタングルメントの密度を 「時間t」と「波長z」の関数として求めた。



テンソルネットワークを場の理論で扱う手法として次もある:
<u>手法2:CFTの経路積分の効率化</u>[Caputa-Kundu-宮地-渡邊-高柳 2017]

同じ量子状態を表す経路積分の中で計算コスト が最小なものを選ぶ!



<u>経路積分の効率化を具体的にどうやるか? [専門家向け]</u>

離散化の格子間隔の局所的な変化を計量で表す:

$$ds^2 = e^{2\omega(x,z)}(dx^2 + dz^2).$$

CFTの性質より波動関数は次の性質を持つ:

$$\Psi[\phi, \omega] = e^{N[\omega]} \cdot \Psi[\phi, \omega = 0]$$

N[ω]を最小とする計量が最も効率的な経路積分。 (N=「量子計算の複雑性」の一種 [Cf. Susskind 2014-])

2次元CFTでは、N[ω]はリュービル作用と等しい。

$$N_{2D}[\omega] = \frac{c}{24\pi} \int dx dz \Big[(\partial_x \omega)^2 + (\partial_z \omega)^2 + e^{2\omega} \Big]$$

<u>励起状態に対する経路積分の効率化</u>





時空の幾何構造=量子エンタングルメントの構造

重力ダイナミクス=エンタングルメントの時間発展





重力理論の時空は量子ビットの集合体?

ごく最近の話題:BH情報問題へのEWの応用

[Pennington, Almheiri et.al. 2019]
しかし、現在のところ'宇宙'が宇宙定数が負である 反ドジッター時空の場合しか扱えない。

より現実の宇宙ではむしろ宇宙定数は非負であると 期待されることから、従来のゲージ重力対応を、 例えばドジッター宇宙やビックバン宇宙などへ大きく 拡張することが求められる。

その際に「重力理論を量子ビットの幾何学とみなす」 という本講演で紹介させて頂いた新しいアプローチ が重要な鍵となると期待される。





量子重力の条件

大	栗	俥	司
ノヽ		J	H J

Caltech & Kavli IPMU

仁科記念講演会 2019年12月6日

今日お話ししたいこと:

☆ 量子力学と一般相対性理論の統合は

難題だと言われるが、何が問題なのか。

☆ 超弦理論は、なぜ重要なのか。

☆ ホログラフィー原理とは何か。

☆ 量子重力について何がわかっていて、

何が分かっていないのか。

量子力学と

一般相対性理論の

統合は何が問題なのか

アインシュタインの重力理論: ニュートン定数

は、くりこみ可能でないので、

量子効果が計算できないと言われることがある。

これは正確ではない。

核物理学のパイオンの理論:

$$S = \int d^{4}x \ \frac{(2\pi(x))^{2}}{1 + \pi(x)^{2}/F^{2}}$$

も、くりこみ可能でないが、エネルギーや 運動量が **F** [~184 MeV] よりも小さい現象 については、量子効果も入れて計算が可能。

核物理学のパイオンの理論:

$$S = \int d^{4}x \ \frac{(2\pi(x))^{2}}{1 + \pi(x)^{2}/F^{2}}$$

観測可能量を、エネルギーや運動量で べき展開した各次数の項は、有限個の パラメータのくりこみで計算できる。



Kenneth G. Wilson (1936 - 2013)

ウィルソン (Kenneth Wilson) 流の考え方:

パイオンの理論はQCDの低エネルギー近似。 QCDの経路積分をするときに、低エネルギーの 自由度であるパイオン場だけは積分しない。

⇒ 有効理論

くりこみ可能でなくても、量子効果も含めた予言が できて、実験的にも検証されている。

アインシュタインの重力理論も有効理論:

パイオン理論と同じで、エネルギーや運動量がカットオフ (より基本的な理論が必要になる閾値)より小さければ、 信頼できる予言ができる。

例えば:☆ ブラックホールのホーキング輻射 ☆ インフレーション宇宙の量子効果の CMBのゆらぎへの影響 ☆ ニュートン・ポテンシャルへの補正 $V = -\frac{G_{N}m_{1}m_{2}}{r} \left(1 + 3 \frac{G_{N}(m_{1} + m_{2})}{r} + \frac{41}{10\pi^{2}} \frac{G_{N}h}{r^{2}} + \cdots \right)$ 相対論効果 量子効果

ウィルソン流の くりこみ理論は、

重力理論に使えるのか?

Gravity is Different

物理学的世界には階層構造があり、

短距離世界=高エネルギー世界の探究が、

自然界の基本法則が明らかになってきた。

この階層構造は、量子重力の完成で完結する。

ブラックホールでは 高エネルギー = 長距離。

Gravity is Different

この階層構造は、量子重力の完成で完結する。

ブラックホールでは高エネルギー = 長距離。

スケールによる自由度の分離が働かない。

低エネルギー有効理論が、高エネルギーで 整合性のある理論に昇華できるとは限らない。

Gravity is Different

低エネルギー有効理論が、高エネルギーで 整合性のある理論に昇華できるとは限らない。

スワンプランド

ブラックホールの謎と ホログラフィー原理



Stephen Hawking (1942 - 2018)





エントロピーは示量変数。

ホログラフィー原理

量子重力理論の基本的な自由度は、 時空間の領域を包む表面に定義できる。



ホログラフィー原理は、超弦理論において実現している。

D-Branes



Joseph Polchinski (1954 - 2018)

開いた弦の端点は部分空間に制限されてもよい.



これらの部分空間は、質量を持ち、重力を発する、



開いた弦の端点が部分空間に

あるということは、



放出・吸収するということ。





重力子も閉じた弦の状態。部分空間が閉じた弦を放出・吸収 できるということは、そこに<mark>質量などが分布している</mark>ということ。





D ブレーンには質量が集中しているので、 重力が強ければブラックホールになる。



D ブレーンには質量が集中しているので、 重力が強ければブラックホールになる。

開いた弦を量子化して、ヒルベルト空間を構成すれば、 ブラックホールの量子状態数を数えることができる。

この計算が厳密にできる場合には、

$$S = \frac{1}{4G_N}$$
(地平線・表面積)
が再現されている。





ブラックホールの事象の地平線の物理現象は、 対応する D ブレーンの開いた弦の量子論で理解できる。

- ⇒ 開いた弦の量子論には、重力の自由度は含まれない。
- ⇒ 重力現象が、重力を含まない理論、

しかも、地平線に局在した理論で記述できる。

MaldacenaのAdS/CFT対応:

反ドジッター時空間 (AdS) の重力理論は、 その無限遠の境界に置かれた 共形場の理論 (CFT) と等価である。





ブラックホールがホーキング輻射で 蒸発していく様子も、共形場の理論 では、ユニタリーな時間発展となる (情報問題の原理的解決)。







<u>物性物理やハドロン物理への</u>応用も 重要であるが、今回は議論しない。

ホログラフィー原理が示唆する、

<u>量子重力への</u>新しい知見を解説する。

量子もつれと

時空の幾何

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

量子もつれ

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey

(Received March 25, 1935)

$$\mathcal{H}_{A} = \{ |0\rangle_{A}, |1\rangle_{A} \}, \mathcal{H}_{B} = \{ |0\rangle_{B}, |1\rangle_{B} \} \ \mathcal{L}(\mathcal{I} \mathcal{H}_{A} \otimes \mathcal{H}_{B} \otimes \mathcal{H}_{B}$$

量子もつれ

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey (Received March 25, 1935)

$$\mathcal{H}_{A} = \{ |o\rangle_{A}, |1\rangle_{A} \}, \mathcal{H}_{B} = \{ |o\rangle_{B}, |1\rangle_{B} \}$$
 とにて $\mathcal{H}_{A} \otimes \mathcal{H}_{B} \circ \phi \tau^{*}$
 $\begin{cases} |o\rangle_{A} |o\rangle_{B} : \delta \circ h \delta^{*} \circ \iota \circ \cdot$
 $|EPR\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|o\rangle_{A} |o\rangle_{B} + |1\rangle_{A} |1\rangle_{B}) \delta \circ h \tau \circ \iota \circ 3$.
エンタングルメント・エントロピー: 量子もつれの定量化

$$|\psi\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B = 1000, \ \mathcal{P}_A = t_{\mathcal{H}_B} (|\psi\rangle \langle \psi|) \ \mathcal{U}_A$$

$$S(14) = - ta_{\mathcal{H}_{A}}(P_{A} \log_{2} P_{A})$$

AYBIE 7(17) = { 0 (14>=10>_{A} 10>_{B} n \times 2)

対称, (14>=1EPR> n \times 2)

32/79

量子もつれ

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey (Received March 25, 1935)

$$|\psi\rangle \in \mathcal{H}_{A} \otimes \mathcal{H}_{B} = 1000, \ \beta_{A} = t_{\mathcal{H}_{B}} (|\psi\rangle\langle\psi|) \ \mathcal{U}_{A}$$

$$S(|\psi\rangle) = -t_{A} \left(\begin{array}{c} P_{A} & \log_{2} P_{A} \end{array} \right)$$
$$= \left\{ \begin{array}{c} 0 & (|\psi\rangle = |0\rangle_{A} & |0\rangle_{B} & 0 \\ 1 & (|\psi\rangle = |EPR\rangle & 0 \\ \end{array} \right\}$$

 $|\psi\rangle$ から**どれだけの EPR ペアを取り出せるか**のめやす:

AdS/CFT 対応:

反ドジッター時空間の重力理論は、 その無限遠の境界に置かれた 共形場の理論 (CFT) と等価である。



AdS/CFT 対応:

反ドジッター時空間の重力理論は、 その無限遠の境界に置かれた 共形場の理論 (CFT) と等価である。





CFTのヒルベルト空間は、 空間の部分領域Aの上のヒルベルト空間と、 残りの空間Aの上のヒルベルト空間の 直積に分解される。
AdS/CFT 対応:

反ドジッター時空間の重力理論は、 その無限遠の境界に置かれた 共形場の理論 (CFT) と等価である。





CFTのヒルベルト空間は、 空間の部分領域Aのアヒルベルト空間と、 残りの空間Aの上のアレベルト空間の

直積に分解される。

富田-竹崎理論の呪文を唱えれば大丈夫



CFT のヒルベルト空間は、

空間の部分領域 A の上のヒルベルト空間と、 残りの空間 A の上のヒルベルト空間の 直積に分解される。

CFTの状態 14> について、 AとAのもつれを測る

 $\mathcal{G}(|\psi\rangle) = t_{\mathcal{H}_{\overline{A}}}(|\psi\rangle\langle\psi|)$ AZAIEDIN 対称. $S(14>) = -t_{\mathcal{H}_{A}}(\rho \log_{e} \rho)$ 自然对



PRL 96, 181602 (2006)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending 12 MAY 2006

Holographic Derivation of Entanglement Entropy from the anti-de Sitter Space/Conformal Field Theory Correspondence

Shinsei Ryu and Tadashi Takayanagi Kavli Institute for Theoretical Physics, University of California, Santa Barbara, California 93106, USA (Received 8 March 2006; published 9 May 2006)

$$\mathcal{G}(|\psi\rangle) = t_{\mathcal{H}_{\overline{A}}}(|\psi\rangle\langle\psi|)$$

$$S(14>) = -t_{\mathcal{H}_A}(\rho \log_e \rho)$$



撮影:早野龍五

場の量子論の有限温度の状態は、量子もつれ状態とみなせる。

Thermo Field Double: $|TFD\rangle \sim \sum_{i} e^{-\frac{\pi}{2kT}} |i\rangle_{A} |i\rangle_{B}$

温度 T が高いほど、量子もつれは大きい。

 $T \rightarrow 0$: $|TFD \rangle \sim |0\rangle_A |0\rangle_B$

T→∞: ITFD>~ Cli>Ali>B+··· Ei«kT





AdS の重力理論では、有限温度の 状態はブラックホールと解釈される。

有限温度のCFT のエンタングルメントの強さ

(すなわち EPR ペアの数)は、AdS ブラックホールの

Einstein-Rosen 橋(ワームホール)の太さに比例する。

有限温度のCFT のエンタングルメントの強さ (すなわち EPR ペアの数)は、AdS ブラックホールの Einstein-Rosen 橋(ワームホール)の太さに比例する。

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey (Received March 25, 1935)

JULY 1, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 48

The Particle Problem in the General Theory of Relativity

A. EINSTEIN AND N. ROSEN, Institute for Advanced Study, Princeton (Received May 8, 1935)

Fortschr. Phys. 61, No. 9, 781–811 (2013) / DOI 10.1002/prop.201300020

$\mathbf{ER} = \mathbf{EPR}$?

Cool horizons for entangled black holes

Juan Maldacena^{1,*} and Leonard Susskind²

¹ Institute for Advanced Study, Princeton, NJ 08540, USA

² Stanford Institute for Theoretical Physics and Department of Physics, Stanford University, Stanford, CA 94305-4060, USA

部分領域Aと笠-高柳の極小局面RT囲まれた斜線の領域を考える。



斜線の部分に局在した

AdS の量子重力の作用素は、

部分領域 A に局在した CFT の作用素に対応する。

Hamilton, Kabat, Lifschytz, Lowe: hep-th/0606141 Papadodimas, Raju: 1310.6335 Headrick, Hubeny, Lawrence, Rangamani: 1408.6300 Almheiri, Dong, Harlow: 1411.7041, Dong, Harlow, Wall: 1601.05416



斜線の部分に局在した AdS の量子重力の作用素は、 部分領域 A に局在した CFT の作用素に対応する。

⇒ 再構成のパラドックス





異なる部分空間に局在した CFT の 作用素が、AdS の同じ局所作用素に 対応する:**作用素の一意性?** AdS の局所作用素は、CFT の すべての局所作用素と可換である: **ワイトマンの公理と矛盾 ?**

量子誤り訂正符号との関係



Almheiri, Dong, Harlow: 1411.7041 Harlow: 1607.03901

AdS の量子重力の局所的な励起状態は、CFT において 特別なタイプの量子もつれを持つ状態に対応する。 CFT の異なる部分空間が「量子秘密鍵」を共有しており、 その量子もつれは「量子誤り訂正符号」と同じタイプ。

量子もつれの

重力理論への応用

スワンプランド問題

超弦理論のように整合性のある

量子重力理論の低エネルギー有効理論は

どのように特徴づけられるか。

Vafa, hep-th/0509212 Vafa + Ooguri, hep-th/0605264

対称性への制限

対称性は物理学にとって重要な概念である。

自然界の基本法則を発見し、

それを定式化するのに使われる。

基本法則から、さまざまな現象を

説明するのにつかわれる。

ゲージ対称性:

物理的状態は不変。

理論を表現するときの冗長性の反映。

グローバル対称性:

対称性の作用を起こす作用素がある。 物理的状態に非自明に作用する。



通貨の単位の変化は、価値の表現の冗長性の反映。 (『超弦理論入門』(ブルーバックス)より)



ゲージ対称性:

物理的状態は不変。

理論を表現するときの冗長性の反映。



通貨の単位の変化は、価値の表現の冗長性の反映。 (『超弦理論入門』 (ブルーバックス)より)

異なるゲージ対称性を持つ異なるラグランジアンが

同一の物理系を記述することがある。

デュアリティ (双対性)

ゲージ対称性は一意的に決まるものではない。

グローバル対称性:

対称性の作用を起こす作用素がある。 物理的状態に非自明に作用する。



グローバル対称性は、物理系の記述法によらず 一意的に定義できる。

グローバル対称性:

対称性の作用を起こす作用素がある。 物理的状態に非自明に作用する。



グローバル対称性は、物理系の記述法によらず

一意的に定義できる。

Banks, Dixon (1988); ... ; Banks, Seiberg: 1011.5120; ...

しかし、整合性のある量子重力理論は

グローバルな対称性を持てないとの予想があった。

量子重力理論はグローバル対称性を持たない

これまでの議論:

グローバル対称性Gがあるとしよう。 電荷を持つ粒子を十分たくさん集めれば、 **任意の規約表現のブラックホール**ができる。

このブラックホールをホーキング蒸発させる。 ホーキング放射はグローバル対称性の電荷を運ばない。

⇒ グローバル対称性の表現は保たれる。

ついには、ブラックホールのエントロピーから期待される

ヒルベルト空間の次元が、対称性の規約表現の次元より小さくなる。

⇒矛盾

量子重力理論はグローバル対称性を持たない

Harlowと私は、この主張をAdS/CFT対応によって精密に定式化し、 ホログラフィー原理と量子誤り訂正符号の関係を使って、 離散対称性と連続対称性の両方について証明を与えた。

また、ゲージ対称性がある時には、対称性の任意の規約表現に したがう物理状態があるという**完全性定理**を証明した。

さらに、技術的な仮定の下で、**ゲージ対称性がコンパクト**である ことを証明した。

> arXiv:1810.05337 (5 page summary, Phys. Rev. Lett.) arXiv:1810.05338 (175 page complete proof)

一般化されたネーター定理

対称性 G の任意の元 g と、コーシー面(初期条件を与える空間) の部分空間 R に対し、ユニタリー作用素が定義できる:

この部分空間 R が、さらに小さな部分空間の排他的和集合のときには、上記のユニタリー作用素も分解できる:

$$U(g, \bigcup_{i} R_{i}) = \prod_{i} U(g, R_{i})$$

この定理は離散対称性についても成り立つ

(連続対称性の場合には、通常のネーター定理の帰結)

量子重力理論はグローバル対称性を持たない

AdSの中の重力理論がグローバル対称性 G を持つと、 G の忠実な表現にしたがう局所作用素が存在する。

量子重力理論はグローバル対称性を持たない

AdSの中の重力理論がグローバル対称性 G を持つと、 G の忠実な表現にしたがう局所作用素が存在する。



しかし、ユニタリー作用素
$$U(g) = \Pi U(g, \mathcal{R}_{\star})$$

は、AdSの中に置かれた局所作用素と



コメント

量子重力理論はグローバル対称性を持たない。

対称性は破れるか、ゲージ化されている。

対称性がどのように破れるか / ゲージ化されるかはわからない。

ゲージ対称性の任意の有限次元ユニタリー表現は

物理的状態の中に実現される。

このような表現を担う粒子の質量はわからない。

もっと定量的な予言はできないか?

ここまでは、

理論的に証明できることを お話ししましてきました。

これから、

危険な予想の領域に入ります。



スワンプランド条件のランドスケープ

役にたたない 〈 · · · · · · · · · · · 〉 役にたつ



スワンプランド条件のランドスケープ

役にたたない 〈 · · · · · · · · · · · 〉 役にたつ



弱い重力予想



グローバル対称性定理は、グローバル対称性が破れるか、 ゲージ化されていることを示す。

しかし、対称性がどのように破れるか / ゲージ化されるかはわからない。

完全性定理は、ゲージ対称性の任意の有限次元ユニタリー表現が 物理的状態の中に実現されることを保証する。

しかし、このような表現を担う粒子の質量はわからない。

弱い重力予想は、これを定量化する。



アインシュタインの重力理論、マックスウェル場(一般に 長距離ゲージ場)と有限な数の物質場によって記述される 低エネルギー理論は、整合性のある量子重力理論に昇華さ れるとすると、以下の不等式を満たす質量 m と電荷 Q を 担う粒子を含まなければならない。

$$m \leq \frac{|Q|}{\sqrt{G}}, \quad G:= 1 - 1 - 1 - 1 - 1 = 1$$

Arkani-Hamed, Motl, Nicolis, Vafa: hep-th/0601001

$$a = (m, Q) \quad s.t. \quad m \leq \frac{|Q|}{\sqrt{G}}$$

予想の根拠:

(1)ブラックホールを使った議論 (2)これまで超弦理論から導かれたすべての 低エネルギー有効理論で成り立っている。 (2) 京立検問宣伝説との問係

(3) 宇宙検閲官仮説との関係

不等式から等号を削除したらどうなるかを考えた:

$$m < \frac{\Omega}{\sqrt{G}}$$
 (mo "=") unless BPS

Vafa + H.O.: 1610.1533

これを仮定すると、AdS 時空間は超対称性を保たないと 不安定になることが導かれた。

実際、これまで超弦理論から構成された

非超対称 AdS で安定性が証明されているものはない。

例: AdS5 x CP3 in M Theory:

Martin, Reall: 0810.2707

我々の予想から不安定性が期待できる。

Witten が発見したカルツァ – クライン・インスタントンの

高次元化によって不安定性が証明できた。

Spodyneiko + H.O.: 1703.03105





内部空間の中の2次元球面が収縮し、内側は空っぽ。

この「空っぽ」が光の速さで膨張し、AdSを有限時間で食い尽くす。

素粒子の標準模型を超える理論についての仮定の下で、 非超対称 AdS の不安定性から、ニュートリノは ディラック型で、質量に制限がつくことが導かれる。

Vafa + H.O.: 1610.1533

(ニュートリノの質量)⁴ < (ダークエネルギーの密度)

Ibanez, Martin-Lozano, Valenzuela: 1706.05392,1707.05811; Hamada, Shiu: 1707.06326; Gonzalo, Herraez, Ibanez: 1803.08455

スワンプランド条件のランドスケープ

役にたたない 〈 · · · · · · · · · · · 〉 役にたつ



距離予想



我々が証明したグローバル対称性定理は、 自発的に破れた対称性にも当てはまる。

初期宇宙のインフレーション模型にしばしば登場する スカラー場のシフト対称性は破れることが導かれる。

では、シフト対称性はどのように破れるのか。

距離予想は、これを定量化する。



超弦理論はパラメータのない理論であり、

すべてのパラメータは何らかのスカラー場

の期待値である。

距離予想は、こうしたスカラー場の値の空間

(モジュライ空間)の幾何学的性質に関する

予想である。


- 1. モジュライ空間のある点から、いくらでも遠い点がある。
- モジュライ空間の点 X から d(X, Y) > T >> M_p だけ離れた 点 Y には、質量 M_p exp(- a T/M_p)の新しい粒子が 現れる。
- 3. こうした新しい粒子のため、点 x での低エネルギー

有効理論は、点Yには使えない。

4. モジュライ空間の閉包は単連結である。

Vafa + HO: hep-th/0605264



- 1. これまで超弦理論から導かれたすべての
 - 低エネルギー有効理論で成り立っている。
- 2. 弱い重力予想との関係。
- 3. 重力効果を消す(ニュートン定数をゼロにする)と 成り立たない。
- 4. 初期宇宙のインフレーション模型に制限を与える。

Vafa + HO: hep-th/0605264

ドジッター予想

距離予想をBoussoのエントロピー不等式と組み合わせると、

スカラー場のポテンシャル V に関し、

$$|\nabla V| \ge \frac{c}{M_p} \vee$$

$$= \frac{c}{M_p^2} \vee$$

$$= \frac{c'}{M_p^2} \vee$$

が、漸近的に成り立つことが導かれる。

Obied, Spodyneiko, Vafa + H. O.: 1806.08362 Palti, Shiu, Vafa + H. O. :





0.15

0.00

0.05

0.10

0.25

0.20

Chiang, Leedom, Murayama: 1811.01987

0.1

c'

0.001

1

a =1

α=2 α=3

0.01

0.01





超弦理論の定量的予言能力を高めて、 8年後にLiteBIRD 衛星からのデータと 対峙したい。



スワンプランド条件のランドスケープ

役にたたない 〈 · · · · · · · · · · · 〉 役にたつ



Gravity is Different

低エネルギー有効理論が、高エネルギーで 整合性のある理論に昇華できるとは限らない。 プランクスケールは彼方にあるが、理論の 整合性から低エネルギーへの思いがけない 予言が導けるかもしれない。