# 第59回定例仁科記念講演会 「量子論の一世紀」

# ボーアの原子模型 一 革命からの百年

学習院大学名誉教授 江沢 洋

# 21 世紀の量子情報科学

国立情報学研究所教授 根本 香絵

2013年12月

# 仁科記念講演会

# 「量子論の一世紀」

主催 仁科記念財団

共催 お茶の水女子大学理学部

後援 日本アイソトープ協会



ボーア域十と仁科域十:1937年、東京・芝荷谷にて

挨拶 小林 誠 仁科記念財団理事長 河村哲也 お茶の水女子大学理事・副学長

#### ■講演

江沢 洋 学習院大学名誉教授 「ボーアの原子模型 – 革命からの百年」

根本香絵 国立情報学研究所教授 「21世紀の量子情報科学」

2013年12月6日(金)

15:00-17:00

お茶の水女子大学理学部3号館701室

東京メトロ丸ノ内線「茗荷谷」駅より徒歩7分 東京メトロ有楽町線「護国寺」駅より徒歩8分 都営バス「大塚二丁目」停留所下車徒歩1分

お問い合わせ先 お茶の水女子大学理学部 菅本 (sugamoto.akio@ocha.ac.jp)



小林 誠 仁科記念財団理事長



河村 哲也 お茶の水女子大学理事・副学長



江沢 洋 学習院大学名誉教授



根本 香絵 国立情報学研究所教授

#### 【司会】

本日はお忙しい中、お集まりいただきましてどうもありがとうございました。仁科記念講演会を開催させていただきたいと思います。この会は、仁科記念財団が主催、本学理学部が共催しておりまして、日本アイソトープ協会が後援ということでございます。はじめに、仁科記念財団理事長の小林誠先生からご挨拶をいただきます。小林誠先生はご存知のように小林・益川理論で 2008 年にノーベル物理学賞を受賞されております。小林先生よろしくお願いいたします。

#### 【挨拶:小林誠 仁科記念財団理事長】

仁科記念財団の小林でございます。主催者を代表してご挨拶申し上げます。まずは本 講演会を共催していただき会場の準備などで大変お世話いただきましたお茶の水女子 大学理学部の菅本晶夫先生にまずお礼申し上げます。どうもありがとうございました。 それから、仁科記念財団は、日本アイソトープ協会には日頃から大変にお世話なってお りまして、本日もご後援をいただいているところであります。

本日 12 月 6 日は仁科芳雄先生のお誕生日にあたりまして、これを記念して例年この日の前後に講演会を開催しているわけであります。仁科先生は 1920 年代にヨーロッパに留学されて、ニールス・ボーアのもとで長い間研究されたわけでありますが、ちょうど量子力学が誕生する頃その中心地におられたということになります。

帰国後、理研で仁科研究室を主宰され、日本における原子物理学の礎を築かれたわけでありますが、仁科先生は、ニールス・ボーアを日本に招こうと大変努力されまして、それが、ようやく 1937 年に実現したわけであります。今回のポスターの写真にお気づきの方もおありかと思いますが、この写真はボーアが来日したときに撮られたものでありまして、実は、この写真が撮られたのはここの近くです。茗荷谷から小石川の植物園へ行く途中あたりに高嶺俊夫先生(分光学)という当時理研の主任研究員をされておりました方のお宅がありまして、そのお庭で撮影したものというふうに聞いております。

ここで仁科記念財団の新しい事業を少しご紹介させていただきます。

財団は 1955 年の創立以来、「仁科記念賞の贈呈」ということを行っております。本年 も 3 件 5 名の方に差し上げることになっておりまして、本日このあと場所を変えて授賞 式を行います。これとは別に今年度より「Nishina Asia Award」というものを設けまして、アジアで活躍する若い研究者の顕彰を行うということにいたしました。既に第1回の受賞者も決まっておりまして、インドの Tata Institute の Shiraz Minwalla (教授) さんという方に差し上げることになっております。この Nishina Asia Award の特徴は、来日していただいて国内数カ所で業績のレクチャーをしていただくということを条件にしておりまして、目下のところ、その日程を調整していただいておりますが、来年の早い時期に実現するはずであります。

本日の講演会でありますけども、今年はボーアの有名な原子模型が発表されて、ちょうど 100 年に当たるということで「量子論の一世紀」というタイトルのもとに、二人の講師、江沢洋先生と根本香絵先生からお話しを伺うことになっております。講師の紹介は司会者の方からしていただけることと思いますので、私はここで失礼いたします。どうもありがとうございます。

#### 【司会】

小林先生どうもありがとうございました。

引き続きまして、本学の理事・副学長河村哲也より一言ご挨拶申し上げます。

【挨拶:河村哲也 お茶の水女子大学理事・副学長】

皆さま、本日はお忙しい中をお集まりいただきまして、まことにありがとうございます。共催者で会場校でありますお茶の水女子大学を代表しまして一言ご挨拶申し上げます。

仁科記念講演会は、ちょっとインターネットで調べたのですけれど、1955 年から毎年定例会を開いておられて今年が 59 回目のようで毎回錚々たる先生方にご講演いただいておられます。それから今年はニールス・ボーアが有名な水素の原子模型を発表してから 100 年になる節目の年です。こういった記念すべき年に、こういった立派な伝統のある講演会を本学で開くことが出来ましたことをまずお礼を申し上げたいと思います。

本日は、数理物理学の権威でいらっしゃる学習院大学名誉教授の江沢洋先生から「ボーアの原子模型 – 革命からの百年」という題目で、また本学出身の根本香絵先生、国立

情報学研究所教授で量子情報学で大活躍されていますけども、その根本先生から「21世紀の量子情報学」という題目でお話ししていただくことになっています。

これも、インターネットで調べたのですけども、ボーアは、1921 年にデンマークのカールスバーグ・ビール会社の慈善団体から寄附をもらってコペンハーゲン大学に理論物理学研究所(ニールス・ボーア研究所)を設立されて、そこにディラックであるとかとかハイゼンベルクとかパウリというふうな方を呼んで、いわゆる量子力学の創成期の一番大事な所になったのですけども、仁科先生も1923 年から5年間ほどボーアのもとで研究されて、有名な「クライン-仁科の公式」を作られて理研に帰ってこられました。

仁科先生は理研で素粒子の研究室を開設され、著名な研究者をたくさん出しておられます。朝永振一郎先生もそこで研究されていたということです。何故かたまたま私の手もとにちょっと古いのですけど中央公論社の出版している「自然」という雑誌の300号記念増刊:総集録 仁科芳雄 湯川秀樹 朝永振一郎 坂田昌一(1971年)という雑誌がありまして、これを読んで勉強したのですが、その中に朝永振一郎先生の「仁科先生の温情に泣く」というエッセイがございました。朝永先生は、京大を出られた後、非常に身体が弱くて劣等感に苛まれ、「どうしよう。このまま僅かな簡単な仕事をして後の余生は田舎で過ごそう」と真剣に考えていたらしいです。そういう時に仁科先生に励まされ引っ張ってもらって、幸い開花せられて、述懐で「もしあの時、仁科先生に声掛けていただかなかったら、私は予定通り田舎で一生過ごしていただろう」というふうに仰っています。また、ドイツのハイゼンベルクのもとで勉強されていて、「行き詰まった時に仁科先生から暖かい言葉をいただいた」というふうに伺っています。

あと一つだけ是非言いたいことがございまして、本学に今年良いことが一つあったということで、それは「博士課程リーディング大学院」に選択されたということです。我々は複合領域の横断的テーマというところで応募したのですけども、東大、京大、名大、阪大それから北大とか東北大、そういった錚々たる中で選ばれたのは、わずか 2 校で、東大と本学だけで非常に嬉しく思いました。また、ということは逆に非常に責任が重くなったとも言えます。そこでは、グローバルに活躍する女性陣が、特に、物理、数学、情報基盤、そういう女性リーダーを育てるということを掲げております。本日お集まりいただいた皆さんには是非ホームページをご覧になって我々にアドバイスいただければと思います。

それでは、ご挨拶いただいた小林誠先生それから江沢洋先生、根本香絵先生に感謝申

し上げるとともに、本会を企画していただいた本学理学部長菅本晶夫先生はじめ諸先生、 関係者の方々にお礼を申し上げて私の挨拶にしたいと思います。どうもありがとうござ います。

### 【司会】

河村先生ありがとうございました。では講演に移りたいと思います。

### 【司会】

最初は江沢洋先生です。先生は東大理学部をご卒業後、東大理学部の助手、講師をなさったあと、学習院大学の教授をされました。現在は、名誉教授でいらっしゃいます。あらゆる物理のことをおやりになる先生でございまして、著書多数でございまして、最近では「仁科芳雄往復書簡集」の編集をされています。では、江沢先生お願いいたします。

# ボーアの原子模型 — 革命からの百年 — 江沢 洋

学習院大学名誉教授



スライド 1

今日の「Bohr の原子模型-革命からの百年-」というタイトルですが、「Bohr の原子模型」、これは皆さんよくご存じの話で、それをいまさらここでやるのはどうしてか僕にもよくわかりません。ただ、この標題については、「革命からの百年」というと、100年間の話をするような感じを与えます。これは誇大広告というもので、いま世の中で、はやっているからあまり気になさらないかもしれませんが、この「の」はないほうがいいですね。「Bohr の革命から百年」。要するに、これから話をする Bohr の論文が出たのが 1913年で、今年はそれから 100年目に当たります。その Bohr の論文について思い出しておきましょうという話だと思っていただけば幸いです。

ここに「革命」と書きました。Bohr の論文というのはいまから見れば大変革命的であって、古典物理学から量子物理学へという大きな革命、そのきっかけになったということですが、当時はどうだったかということもお話ししてみたいと思います。

1900	M. Planck	光の吸収・放出、エネルギー量子
1905	A. Einstein	光量子、光電効果
1911/5	N. Bohr	学位論文・固体電子論、理論の限界
/5	E. Rutherford	原子核発見、原子の太陽系モデル
/9	Bohr	ケンブリッジ大学へ、失望
1912/3	Bohr	マンチェスターの Rutherford のもとへ
/6	C.G. Darwin	α 粒子の減速、Bohr 異論
	Bohr	原子構造に関心、原子内電子数、実験
1913/2	M. Hansen	Balmer 公式の検討を促す
<b>1913</b> /4	Bohr	第 1 論文を提出、 <b>原子と分子の構造</b>
1913/7		第 1 論文刊行, /11, 第 3 論文刊行

スライド 2

大雑把に歴史を思い出しておきたいと思いますが、ご存じのとおり、1900年に Max Planck が、黒体輻射の研究から物質が光を吸収したり放出したりするときは、あるエネルギーの塊として放出、吸収が起こると言いました。しかし一般の物理学者にそれが浸透するまでには時間が相当かかり、光がエネルギーの塊だということと光の波動性がどうやって調和するのかは誰にもわからなかったのです。

1905 年に Einstein が、光は吸収されたり放出されるときにエネルギーの塊として振る舞うだけではなく常に塊だと言って、多少は衆目が集まったのですが、何しろ 1905 年というのは Einstein が初めての論文を書いた年ですから、そういう人が何か言っても、物理学者一般がそう簡単に信用するはずはないわけで、このときもまだそんなに光のエネルギーの塊という考えは一般には普及しなかった。だから教科書に書いてあるのとは

だいぶ違うと思ってください。1900 年に Planck が言いました、あ、そうですかと教科 書に書いてありますが、とてもそんな話ではないのです。

1913 年、これが Bohr の論文の年ですが、その前の 1911 年に Bohr は学位論文を出しています。彼の学位論文は固体の電子論でありまして、その中で特に注目されるのは一まだこれ量子論以前の時代ですね―古典力学、古典電磁気学で考える限り、物質というものは磁性を持つことが出来ないということを証明したわけですね。そういうわけで彼はそのとき以来、古典力学、古典電磁気学、いわゆる古典物理学ですね、そういうものに限界を感じていたということがあります。その学位論文を出してすぐ2年後が、私が「革命」と言った論文を出したときです。Bohr は学位論文を出しましたが、彼はデンマークの人で、デンマークというのは当時は物理学では小国であり、あまり注目されませんでした。だから物理学の当時の大国であったイギリスに渡ります。そして物理学の本拠とも目されていたケンブリッジ大学に行くわけです。J. J. Thomson というボスがいて、彼を慕って。

Bohr は自分の学位論文は大した仕事だと思っていて、ケンブリッジにその仕事を持っていくと皆が注目してくれるだろうと張り切って出かけた。ところが行ってみたら全く注目してくれなかった。特に Thomson のところに行ったわけですが、Thomson は大学の先生の例に漏れず非常に忙しくて、とてもデンマークから来たような学生の世話をしていられないというので、あまり世話してくれない。だいたい彼の学位論文を読みもしないということで、Bohr は大変がっかりします。

それで、どこに行ったかというと、1911 年に原子核を発見して原子のモデルをつくった Rutherford がいる、当時のイギリスでは田舎大学ですが、マンチェスターという大学に出かけた。この Rutherford はイギリス人ではなく、ケンブリッジ出身というようなボスではない。ニュージーランドから移住してきた人です。だから田舎大学にいたのですが、物理的には大きな仕事をたくさんしていて、原子核を発見した。原子というのは真ん中にプラスの電気を持った、原子の大きさに比べれば非常に小さい粒があって、その周りを電子が回っているという、いわゆる原子の太陽系モデルを提唱していたのです。

ところが太陽系モデルというのは、電子が原子核の周りを公転運動する、つまり加速 度運動をしているわけで、電気をもった粒子が加速度運動をすると電波を出す。これは Maxwell の電磁気学から当然の結論として出てきます。そういう話は講義でもお聴きに なったと思いますが、電子が原子核の周りを回りながら電波を出しますから、エネルギ ーを失い、ついには原子核に墜落してしまう。だから原子の太陽系モデルは成り立たない、そういう批判を受けた。

そこへBohr が行くわけですが、Rutherford はもともと実験物理学者で、Bohr も実験をさせられました。どういう実験かというと、アルファ粒子が気体の中を走ったとき、アルファ粒子がいろいろな原子と衝突するというか電気的に相互作用するわけで、周りの原子をときにはイオン化し、アルファ粒子はエネルギーを失う。どういう割合でエネルギーを失うか、そういう問題を与えられて実験をしたわけです。

そのころ Darwin がアルファ粒子の減速の理論をつくっていました。Darwin は理論家で、このころはまだかなり若く、そのうちだんだん大家になっていく人ですが、その理論に対して Bohr が異論を唱えた。このとき Bohr は Rutherford の太陽系モデルを信用しているわけですが、太陽系モデルで、電子が原子核の周りを回転していますね。その回転がアルファ粒子が飛んできた速さに比べて非常に速ければ、アルファ粒子から原子核の周りの電子が力を受けても、あるときはこちらに走り、あるときは反対向きに走っていますから、アルファ粒子からエネルギーをもらえない。あんまり速く原子核の周りを回っているとエネルギーをもらえないのです。

ところが Darwin の理論はそういうことを考えていなかった。電子が運動しているので、その速さが大きいと、アルファ粒子からエネルギーをもらうことができない。そういうアルファ粒子の速さに対するある制限が出てくる。アルファ粒子の速さと原子核の周りを回る電子の速さを比べるわけです。そういう原子の構造を考えていない減速の理論であるというところに、Bohr は異論を唱えると同時に、原子構造に関心を持つようになった。だから太陽系モデルはもともと成り立たないもので、減速の理論を考えるときもそれが関係してくる。そして原子構造に関心が出てきた。

しかし原子核の周りを回っている速さとアルファ粒子の速さの関係で減速が決まるということを考慮して、Darwin の理論を変更し、「原子の中に電子が何個あるかという実験」をしたのです。アルファ粒子の減速の理論から、原子の中の電子の数を推定するという問題にして、彼は初めて、「水素原子は電子が1個です、ヘリウムは2個ですという、原子の持っている電子の数を推定することができた」。それは不思議なことですが、いまから言って正しい結果を出した。酸素原子だったら8個だというように、いろいろな物質について原子内電子数を実験から求めた。

そういう経緯があって原子構造に関心をもっていったわけですが、そこから先へは進みがたかった。1913 年、デンマークに帰ったとき、Bohr の同僚で同じくらいの年の人ですが、Hansen から「水素原子が出す光のスペクトルに関して Balmer 公式というのがある、そういうものをお前の原子構造の考えで検討してみたらどうか」と言われた。1913年の2月です。

それでたちまち Bohr の原子構造の理論が進み、4 月に第 1 論文を提出しています。何しろ 2 月にそういうことを言われて、4 月に出した。それまで Bohr 自身の原子構造に関する蓄積があったということでしょう。しかし最後の決め手がなかった。それが Hansen に Balmer 公式の検討を促されたことで、きっかけがつかめて、2 カ月後に第 1 論文を提出した。それは三つの論文からなっていて、第 3 論文を提出したのが 11 月です。

	生年月日	1913 年には	没年
H.A. Lorentz	1853	60 歳	1928
M. Planck	1858	55	1947
長岡半太郎	1865	48	1950/12/11
A. Sommerfeld	1868	45	1951
寺田寅彦	1878/11/28	35	1935/12/31
A. Einstein	1879	34	1955
石原 純	1881/1/15	32	1947
N. Bohr	1885/10/7	28	1962/11/18
E. Schrödinger	1887/8/12	26	1961/1/4
仁科芳雄	1890/12/6	23	1951
W. Heisenberg	1901/12/5	12	1976/2/1
朝永振一郎	1906/3/31	7	1978/7/8
湯川秀樹	1907/1/23	6	1981/9/8

スライド 3

ここで当時の物理学者の様子を見ておきたいと思います。Lorentz という人がいますね。1913年、Bohr の論文が出た年は60歳ですが、電子的な物性論、特に光と物質の相

互作用、モノは電子と陽イオンからできているという考えで、例えば物質の屈折率をどうやって導き出すかというような理論を始めた人です。だからこの人が物性論を始めたと言ってもいいぐらいです。その人が 60 歳で、ヨーロッパ物理学の大御所です。

Planck が 55 歳、日本の長岡半太郎が 48 歳、それから湯川秀樹は 6 歳です。仁科芳雄が 23 歳と書いてありますが、少し後に Bohr の原子模型の理論に感激して、Bohr のもとに留学することになる人です。Bohr とは 5 歳しか違いません。

### 1913 年 日本では 大正2年

- 2/10 護憲派の民衆が議会をとりまく. 桂首相は内閣総辞職を決意
- 3/16 関西連合憲政擁護大会、大阪で。会衆5万人。
- 6/15 H.A. Lorentz 『物理学』、翻訳刊行
- 6/23 高嶺譲吉:国民科学研究所の設立を提唱、後の理化学研究所
- 12/27 長岡半太郎:Bohr に書簡: Bohr の原子模型は長岡模型の発展

寺田寅彦:結晶による X 線の干渉 (Nature に発表)

石原 純:新しい重力場の理論 (Sci. Rept. Tohoku Univ.)

運動物体中の電磁場に対する最小作用の原理 (Ann. Phys.)

1915 作用量子の普遍的意味(量子条件, Tokyo Math.-Phys. Soc.) 量子の法則と水素原子 (Tokyo Math.-Phys. Soc.)

#### スライド 4

当時の日本はどんな状況であったかをここに書きました。護憲派の民衆が議会を取り 巻いて内閣総辞職をしたというのがありますが、そういうときです。護憲派が出てくる からには、憲法改正の人がいたはずで、憲法のどういうところを改正しようとしたのか 日本史の本を読んで探そうと思ったのですが、読んでもわからない。ただ、このころは 国の財政が非常に悪い状況で、赤字がすごく積もっていた。それから政治家の腐敗が進 んでいた。いまみたいな話で、そういうことと護憲派は関係があるようですが、東京で 議会を取り巻いた。大阪でも5万人が集まって憲法を擁護する大会をした。そういうと ころがいまと違いますね。いまの人は非常におとなしい。

それから先ほど名前が出てきた Lorentz の物理学の翻訳が出たとか、理化学研究所をつくろうという運動が起こったとか。長岡半太郎は Bohr が 1913 年に論文を出したとき、お前の原子模型は自分が 1904 年に出した模型を発展させたものだ、なぜ俺の論文を引用しないかと手紙を書いた。寺田寅彦が「結晶による X 線の干渉」という論文を出した。これは Bragg 親子の論文より 3 カ月ぐらい遅れたのですが、そのためにノーベル賞を逃した。石原純は日本で最初の理論物理学者と言ってもいい人だと思いますが、重力場の理論、最小作用の原理、少し後になりますが、作用量子の不変的意味、水素原子の理論をつくった。ただ、どうしてかわからないけれども、水素原子は 2 個の電子を含んでいると思い込んでいたのが残念です。

同僚 M. Hansen: Balmer 公式 (1884) は出るか? 調べてみたら?

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4}$$
,  $B = 3.6456 \times 10^{-7} \,\mathrm{m}$ 

W. Ritz の変形 (1908)

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{B} \left( 1 - \frac{4}{n^2} \right) = \frac{4}{B} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, \dots)$$

Ritz の予想: 結合原理 (1908)

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (n = m + 1, m + 2, \cdots)$$

スライド 5

Balmer 公式ですが、1884 年に出された式です。明治 17 年ですね。だから日本の物理学がいかに遅れていたかですが、Balmer はスイスの女学校の先生です。水素原子のスペクトルという、出てくる光の波長がこういう公式で表されます、n は 3、4、5、6 という

3 から始まる整数で、そういう一連の波長が出ますということを言いました。B はこういう値です。

それを 1908 年に Ritz がこういう格好に変形して、2 という数が現れるところを一般 に整数 m で置き換えましたという公式を出した。つまり、 $1/\lambda$ という原子が出す光の波長の逆数は、 $1/m^2$ と  $1/n^2$ という項の差で表される。そのことを結合原理といいます。 だから m が 1、2、3、4、また n+2、n+2というのは非常にたくさんのスペクトル線を一遍にたった一つのパラメータ Rで表しているわけで、これは相当すごい式です。

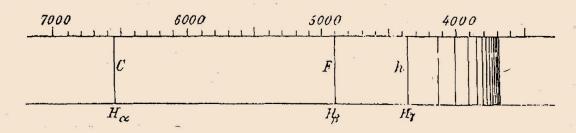
しかしそうはいっても当時は、mが2の場合、スペクトル線はBalmer 系列と呼ばれて、可視光です。mが3の場合、Paschen 系列と呼ばれて、赤外線です。赤外線の分光がもうできたというのはそれ自身大したことですが、この2と3の場合しかスペクトルがわかっていなかった。1は4と同じようにその後しばらくして発見されるわけで、当時はこの二つしかわかっていなかったのですが、一般に波長はこういう式で表されるということは知られていた。

同僚 M. Hansen: **Balmer 公式** (1884) は出るか?調べてみたら? **Ritz 結合原理** (1908) 項の差

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = m + 1, m + 2, \cdots)$$

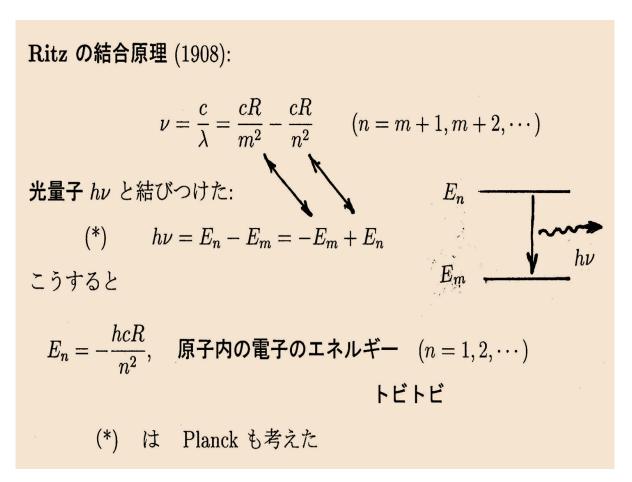
$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \qquad cR = c\frac{2^2}{B} = 3.290 \times 10^{15} \,\mathrm{s}^{-1}$$

Bohr の教科書に載っていた. Bohr: Hansen に言われ初めて.



Bohr の使った教科書 (ただし、1910 年版) の図

Bohr は Hansen に言われて Balmer 公式に初めて気がつきましたと言っているのですが、よくよく見てみると、Bohr が大学のときに使った教科書にちゃんとこういう絵が載っていた。ここに描いてあるのがスペクトル線で、左側が波長の一番長い線で、2番目、3番目、4番目と行って、だんだん波長が詰まって、ここが限界になるということです。だから Bohr は Balmer 公式のことを覚えていてしかるべきだったのですが、Hansen という仲間に言われるまでわからなかった。そういう話です。



スライド 7

その結合原理を Bohr は 1913 年の論文で光の量子と結び付けた。いま皆さんに言うと当たり前のことかもしれませんが、当時は全く新しいことです。原子というのは、あるエネルギーの一連の値を取る。しかし、この間のエネルギーは取らない。このエネルギーを取るか、このエネルギーを取るか。原子は一連のエネルギー準位と称せられるエネルギーだけを取る。そして、ここのエネルギー準位から下のエネルギー準位に飛び移るとき、その差に相当するエネルギーを光の量子として出す。ですからこれはエネルギー保存の式ですが、こういうことを考えた。

それと Ritz の結合原理と比べてみると、Ritz の一つの項とエネルギー準位が対応する。こういう対応を考えると、*E* というエネルギー準位が決まるというわけです。

 $E_n - E_m$ と書いたのは、僕が勝手にnとmを付けたので、こっちにmを付けて、こっちにnを付けてもよさそうなものですね。付け方を変えると、ここがプラスになる。なぜこういう順序でnとmを付けなければいけなかったか、誰かに当てましょうか。そういう問題もありますよということだけ言っておきましょう。

とにかくこういう対応を付けることによって、原子のエネルギーがこういう式で表される。水素原子ですね。原子核の周りを1個の電子が回っている。ですからエネルギーが一番低い状態というのはnが1のときで、それ以上低い状態はないわけです。先ほど原子核の周りを電子が回っていると電子が原子核に落ち込んでしまうと言いましたが、もしこれが正しければ落ち込めないことになる。

この関係式は Planck も考えたということだけ言っておきましょう。

水素原子の電子: 原子核のまわりを円運動、等速

仮定:

# 1. 定常状態:

Newton の運動法則に従う,

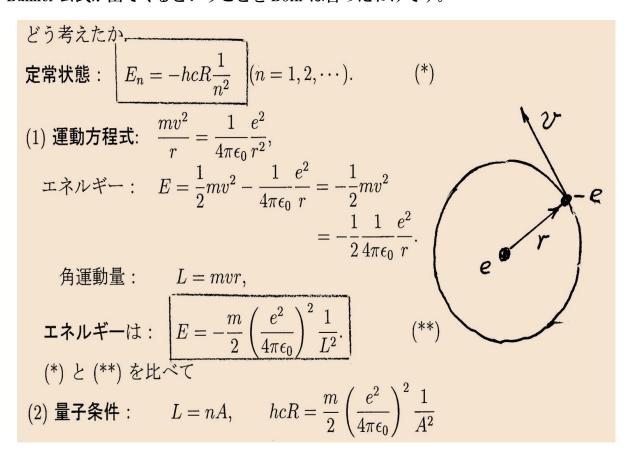
量子条件で選ばれる,  $E_n = -hcR\frac{1}{n^2}$   $(n = 1, 2, \cdots)$ , 加速度運動でも光は出さない.

# 2. 量子遷移

状態  $n \longrightarrow m$ :  $E_n - E_m = h\nu$ .

Bohr はどういうことを考えたか、1913 年の論文にどういうことが書いてあるかというと、水素原子の電子を考えましょう。そうすると原子核の周りを円運動している。本当は原子核からの距離の 2 乗に反比例する引力ですから、一般に言うと楕円軌道になる。しかし Bohr は一貫して円軌道しか考えない。どうしてでしょうか。楕円軌道の計算ができなかったのかもしれません。

こういう仮定をしましょうということです。水素原子の中の電子には、定常状態という名前を付ける一連の状態だけがあって、その状態については電子の運動は Newton の運動法則に従う。しかし Newton の運動法則では、電子の運動は初期条件によって勝手にいろいろな状態を取りうる。ところが原子の中の電子はそういう自由を持っていなくて、量子条件で選ばれた運動だけが実現する。そのときは原子核の周りを回っているから加速度運動ですが、定常状態という量子条件で選ばれた運動については加速度運動しても光は出さないということを仮定しましょう。ただし、いつも出さなければ話が始まらないので、ときどきはある状態 n から m への遷移が起こり、そのときはエネルギーの塊を放出します。そういう仮定をすると、先ほどの Ritz の結合原理で変形されたBalmer 公式が出てくるということを Bohr は言ったわけです。



これは先ほどの量子条件の話をするわけですが、量子条件を使って、原子のエネルギー準位を導き出さなければいけない。そのとき定常状態については Newton の運動法則が成り立つ、しかも円運動しか考えないわけで、運動方程式はこういう簡単な式になる。これは遠心力、これは原子核からの引力ですね。こういう運動方程式があります。エネルギーは運動エネルギーと位置エネルギーの差です。ここで  $4\pi$   $\epsilon_0$  と付いていますが、これはいまの人たちの単位系に合わせて書き直したからで、Bohr の論文に付いているわけではない。エネルギーは運動エネルギーと位置エネルギーの差で、しかしこの関係を使うと、それはこうなるということがわかります。あるいは位置エネルギーで書くとこうなる。ですからエネルギーがこうも書ける、こうも書けるというわけです。

Bohr は先ほど言ったような原子模型を考えて、いろいろ悩んでいたある期間があったわけですが、その期間にこういう式を導いたことがあったのではないかと思います。この式はすぐ出るわけで、 $E=(-1/2)\text{mv}^2$ 。この-1/2をこっちに掛けて、-2倍の  $E=\text{mv}^2$ と書いたとすると、それの平方根を取ると、vが出ますね。この Eを $\sqrt{E}$ で割ると、ここの分母にvが出てきて、 $v\times r$ 、それが角運動量になります。ですからこの式はこうなる。この式とこの式を見比べると、どういう式か。ここはコンスタントですから、 $1/n^2$ と  $1/L^2$ を比べる。そうすると量子条件というのはこういうことを言っていることになるわけです。角運動量がある量の整数倍であれば、この式が出てくる。この A はこういう式で表されるということになります。

$$L=nA, \qquad hA^2=rac{m}{2cR}\left(rac{e^2}{4\pi\epsilon_0}
ight)^2.$$
  $cR=3.290 imes10^{15}~\mathrm{s}^{-1}$  から  $A$  をもとめる。 Bohr の用いた値:  $rac{e}{m}=5.31 imes10^{17}~\mathrm{e.s.u./g}$   $e=\left\{egin{array}{l} 4.65 imes10^{-10}~\mathrm{e.s.u.} & (\mathrm{Rutherford}) \\ 4.87 imes10^{-10}~\mathrm{e.s.u.} & (\mathrm{Millikan}) \end{array}
ight. \Longrightarrow A=rac{h}{2\pi}$   $h=\left\{egin{array}{l} 6.26 imes10^{-27}~\mathrm{erg}\cdot\mathrm{s} \\ 6.76 imes10^{-27}~\mathrm{erg}\cdot\mathrm{s} \end{array}
ight.$  Planck (1906)  $h=6.548 imes10^{-27}~\mathrm{erg}\cdot\mathrm{s}$  (『熱輻射論』) 量子条件  $L=rac{h}{2\pi}n=n\hbar$   $(n=1,2,\cdots)$  原子の大きさ:  $a_n=4\pi\epsilon_0rac{\hbar^2}{me^2}=(0.53 imes10^{-10}\mathrm{m})\cdot n^2$ 

スライド 10

この A がどういう値になるかに興味があるわけですが、R は実験から決まっている数ですから、R を入れる。m や光の速さなどはわかっている数だと思って、A の値を計算する。Bohr はどういう値を用いたかというと、当時ですから正確にわかっていない。 e/m がこういう値だ。これはおそらく Thomson の求めた値だと思います。それから e の値はというと、Rutherford が求めたのがこんな値で、Millikan のはこんな値だ。そのことから A の値を求めて、それを Planck 定数と比べると、ちょうど A が $\hbar/2\pi$  になっている。

### 革命的!

#### 定常状態:

- ×初期条件に応じて運動はさまざま。Newton 力学を否定 量子条件: 恣意的
- ×電荷が加速度運動すれば輻射を出す。Maxwell 否定

#### 量子遷移:

 $\times$ 輻射の振動数 = 波源の力学的振動数、Maxwell の否定  $Planck \ b \ h\nu = E_n - E_m \ b \ b$  としたが、調和振動子  $\times$  因果律、電子は予め行き先を知って輻射の振動数を選ぶ? どの準位に行くという理由がない.

Rutherford (1913), 寺田寅彦 (1924)

#### スライド 11

私は、この Bohr の論文は「革命的」であると言うわけですが、もちろん後知恵です。 いまから見れば革命的だという話ですが、定常状態を考えると、初期条件において運動 はさまざまであるという Newton 力学を否定している。

それから量子条件を置くけれども、これは実験に合うように決めただけであって、理 論と言えるかどうかはわからない。

加速度運動をすれば輻射を出すというのは Maxwell からで、それが起こらないというのは彼を否定している。この輻射の振動数は、Maxwell の理論によれば、波の出るもと、つまり電子の振動数と同じはずだ。糸を張っておいて、振ってどういう波が生ずるかというと、波の振動数は振っている振動数と同じになる。そういうことを否定しているというわけです。

Planck がこういう式を使ったと言いましたが、Planck は振動子として調和振動子を 仮定していた。調和振動子のエネルギー準位は等間隔になっていて、振動数がちょうど これと一致します。ですから Planck では、調和振動子かどうかがまた問題ですが、そ

れがないとすれば問題はなかった。

因果律を否定しているというのは、そこの軌道にいるのに、それから遷移が起こるとき、どの準位に移るかを決める理由が何もない。どこの軌道に行くのか決まらないということがあって、これは因果律に反する。

Bohr の理論に対して因果律に反するということは Rutherford がすぐ言ったそうですが、日本では 1924 年に寺田寅彦が指摘したという話が残っています。24 年というのは Bohr の理論の解説書が出た年で、それを長岡半太郎がセミナーで紹介した。そのセミナーの話を聴いたとき、寺田寅彦がそれはおかしい、どこの準位に行くか理由がないと言った、議論がはずんだと中谷宇吉郎が随筆に書いています。

# **1913 年**, Bohr 理論の全体に対して,

#### H.A. Lorentz:

あまりに投機的 (speculative) 冒険的. 将来に期待.

## P. Ehrenfest:

これが理論なら. 私は物理をやめる. これは怪物だ(1916).

### A. Sommerfeld:

R が出せたのは大成功だが、この理論には疑問がある.

# ゲッチンゲンでは、Hilbert を別として、

若者たち — M. Born など — は Bohr 理論を信じていない.

#### スライド 12

では当時のヨーロッパの物理学者は Bohr の理論に対してどういう反応を示したかが ここに書いてあります。先ほどヨーロッパ物理学の大御所だと言った Lorentz ですが、 これはあまりにスペキュラティブだ。スペキュラティブを何と訳すかは難しいのですが、 要するに、この会社の株は将来上がりそうだから買おう、そういうのをスペキュラティブというわけです。投機的と訳しましたが、あまりにスペキュラティブ、冒険的である。だからいまは受け入れられないけれども、将来どうなるか、そこに期待されると Lorentz は言った。

Ehrenfest は、皆さん名前をご存じかどうかよく知らないのですが、物理学を基本に立ち戻って考える人です。この Bohr の話がもし理論物理ならば、私は物理をやめると言った。

Sommerfeld はドイツの物理学のある意味の大御所です。Rydberg 定数が出せたのは 大成功だが、この理論には疑問がある。

ゲッティンゲンは数学のドイツ、世界の中心地であると同時に、物理学でも中心地だったわけですが、Hilbert はご存じですね。「Hilbert を除いて」というところに注目していただきたいのですが、Hilbert を除いて、それ以外の人たちは Bohr の理論を信用していないという状況だった。

### **1913**, Maxwell 電磁気理論を信奉.

#### M. von Laue:

すべてナンセンス. Maxwel 理論は正しい.

### C.W. Oseen:

原子が存在するためには Maxwell 理論をどう変更する?

## **W. Wien** (1915):

加速度運動しても輻射しないなんて Maxwell 理論に矛盾.

# **G.N.** Lewis (1916) :

何も引き起こさない運動状態は、静止状態と同じだ.

原子の多面体モデルを提案.

特に Maxwell の磁気理論という観点から反対した人たちがいて、Max von Laue は、全てナンセンスである、Maxwell 理論を無視していると言った。例えば波を出すものの振動数と出てくる波の振動数が関係なくて違うということです。

原子が存在するためには、Maxwell 理論をどう変更したらいいか。これは割と同情的な話ですね。Maxwell 理論を変更する必要がある。加速度運動をしても輻射しないというのは理論に矛盾しているから受け入れられない。このような反応がありました。

#### Bohr 支持

#### A. Einstein:

Rが正しく出たのは偶然とは思えない。He スペクトルの導出は偉大.

#### A. Sommerfeld (1914):

興味が日に日に増している. Bohr 理論を楕円軌道に広げる(1916).

#### **E.** Rutherford (1914) :

将来に期待できる第一歩が踏み出された.

### R. Millikan (1916):

定常状態では輻射しないとは、事実を言ったにすぎない.

# **P.** Ehrenfest (1918) :

Bohr 理論の熱烈な支持者となる.

#### スライド 14

Bohr を支持する人もいなかったわけではなく、時間が経つにつれてだんだんと支持者が増えてくるのですが、Einstein は割と早い時期に、Rydberg 定数が正しく出たのは偶然とは思えない。ヘリウムスペクトルの導出は偉大だ。こう言いました。このことは後で説明します。

それから Sommerfeld も最初は Bohr 理論に疑問を述べていたわけですが、そのうち 興味が日に日に増していると言って、Bohr 理論を楕円軌道に広げたのが 1916 年です。

Rutherford は Bohr の先生のようなものですから悪いことはあまり言わないで、将来

に期待できる第一歩が踏み出された。いまはだめだけれども将来はよくなるかもしれな いという話です。

Millikan はアメリカの物理学者ですが、定常状態で輻射しないというのは実験事実を言っただけで、何も驚くことはない。そういえばそうですが、なぜ輻射しないかが問題です。実験事実だから受け入れようと、いかにもアメリカ人ですね。

Ehrenfest は 1918 年ごろになると Bohr 理論の熱烈な支持者になる。5 年ぐらいかかっているわけです。

1896, E. Pickering,  $\xi$  Puppis から  $\lambda = 5411$ , 4686, 4200 A

水素原子のスペクトル: 量子数 が 分数?

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{(n_1/2)^2} - \frac{1}{(n_2/2)^2}\right), \quad (4 \to 7), \ (3 \to 4), \ (4 \to 11)$$

1912, A. Fowler, 実験室で 4686 A を発生、H と He の混合気体

1913, N. Bohr, He のスペクトルだ: 
$$\frac{1}{\lambda} = 4R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$
,

E. J. Evans, 純粋の He で実験、4686 A を検出 (1913 秋)

Fowler:  $\lambda$  が Balmer 線 とわずかに違う

Bohr: 
$$cR = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3}$$
 で  $m \rightarrow$  換算質量  $= \frac{m}{1 + (m/M)}$ 

Einstein, Bohr 理論に信頼、深める

それに対して 1913 年に Bohr は、これはヘリウムのスペクトルだ。ここを 2º で割る

代わりに、Rを 4 倍して、こういう式だと思いなさい。こういう式だと思えば、 $n_1$ 、 $n_2$  が整数のまま Ritz の式が使える。この 4R というのはもともとヘリウムのイオンだとすると、原子核の電荷が 2 倍あるわけで、この Rが原子核の電荷にどうディペンドするかを考えると、ちょうど 4 倍が出てくるということを言った。

その Bohr に対して、Fowler は異論を唱えた。もしこのことが正しければ、Rを 4 倍するだけでこの式が成り立つので、n が偶数の場合を考えると、2 がキャンセルして、ちょうど Balmer 線、水素原子の波長と同じになる。ところがこれを比べてみると、Balmer 線とわずかに違う。この精度ではなく、もう少し下があるわけです。だから精密に測定できるようになったということですね。精密に測定してみると、Balmer 線とわずかに違うので、この話はだめだと Fowler は言った。

Bohr は何と言ったかというと、この式の m とは何か。原子核があって、その周りを電子が回っているので、この話は原子核が静止していると思って計算している。ところが実際は原子核と電子の重心が静止しているはずで、原子核は一緒に動いていると考えると、この m は「換算質量」で置き換えなければいけない。原子核の質量が入ってくる。この補正を考えると、わずかな違いがみごとに説明できますということを示した。

ということは、定常状態に対しては Newton の力学が成り立ちますということをより 詳しく証明したことになります。原子核の運動の影響まで考えて、それで初めて説明で きた。だからこれは Bohr の考え方の正しさを証明することになるわけです。というこ とを Einstein がヘリウムの仕事については偉大だと言った。Newton の力学をその精度 で証明した。つまり、Einstein は Bohr 理論に信頼を深めたということです。

# 水素分子の理論

力の釣合:  $\frac{2a}{(a^2+b^2)^{3/2}} = \frac{1}{(2a)^2}, \implies b = -\frac{1}{\sqrt{2a}}$  運動方程式:  $\frac{mv^2}{a} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{2b}{(a^2+b^2)^{3/2}} - \frac{1}{(2b)^2} \right\}$ 

量子条件:  $L = mva = n\hbar$ 

 $\Longrightarrow$  結合エネルギー:  $B=2.70\,\mathrm{eV}$ 

化合熱: W = 62 kcal

Langmuir の実験値: 130 kcal

Bohr 論文の後、再測定: 76 kcal. Bohr を賞賛

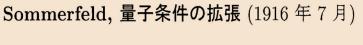
スライド 16

Bohr の理論がだんだん承認されていくわけですが、一つは水素分子の理論で、水素 分子というのはこういう構造を持っている。水素分子は H<sub>2</sub>ですから、原子が二つ結合 しているわけで、原子核を垂直に等分する面の中で、電子が2個、円運動しているとい うモデルを考えた。

そうすると、この方向の力のつり合いから、こういう運動方程式が成り立ちます。実 は、この式にはミスプリントがありますが、ミスプリントを見つけなさいという問題が 出されていると思ってください。こういう理論で、電子の角運動量が Planck の定数の 整数倍、この量子条件を同じように水素分子に対しても適用します。そうすると、分子 の結合エネルギーが 2.70eV になります。これは計算するとそうなるので、信用してく ださい。そうすると、水素分子が 1mol できたら、エネルギーが 62kcal 発生するという ことになる。

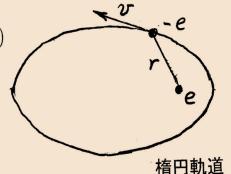
そのころアメリカの Langmuir の実験値があり、130kcal だった。62 と 130 はだいぶ 違うのですが、Bohr のこの話を聞いて、Langmuir が実験をやり直してみたら、答えが 76kcal になりました。この Langmuir が、Bohr は大したものだ、水素分子の理論もこれでできたと、Bohr を賞賛したという話があります。

ところが、Bohr から 100 年経ったいま、水素分子の結合エネルギーはいくらかというのを見ると、4. 何とか eV、2.70 eV のほぼ倍ですから、130kcal のほうが近い。これから理論家が学ぶべきことは、実験家をあまり信用するな。



$$\oint p_{\phi}d\phi = 2\pi L = n_{\phi}h, \qquad \oint p_{r}dr = n_{r}h.$$

水素原子の電子に適用



$$E_{n_r,n_{\phi}} = -\frac{1}{2} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m}{\hbar^2} \frac{1}{(n_r + n_{\phi})^2} \quad (n_r, n_{\phi} = \text{\textsmooth})$$

これは. Bohr  $\mathcal{O}$   $E_n$  で  $n \longrightarrow n_r + n_\phi$  としたもの。

Bohr が **円運動だけ考えて正しい**  $E_n$  を得た理由. 自然は教育的。

Franck - Hertz の実験 (1916)

X 線分光学 (H.G.J. Mosely, 1913-14), Stark 効果, Zeeman 効果

1916 秋, Bohr → Rutherford: ドイツから絶え間ない論文の流れ

#### スライド 17

楕円軌道にするのには、先ほどの円軌道と違って、量子条件が二つ必要ですが、電子の運動量をr方向の運動量とそれに垂直方向 $\phi$ の運動量に分けて書くとこうなる。石原純が、正確にこれとは言わないのですが、これに似た量子条件を出していますし、これそのものはイギリスの Wilson が量子条件を出しました。この根拠になることを話し始めると長くなるので省略しますが、一点だけ注意をしておきます。それは量子条件をどの変数に課すかについてです。運動方程式を書くには、電子の位置を表すのに直角座標(x,y,z) を用いるか、極座標 $(r,\theta,\phi)$  を用いるかをきめなければならない。それら以

外にもいろいろの座標が考えられます。どれを用いるかで運動方程式の形は異なる。極座標を用いると、直角座標のときにはなかった遠心力の項が現れる。実は解析力学という理論体系があって、電子の座標の表し方が自由になった。どんな座標系を用いるにしても、運動方程式はすぐに書ける。それでも、座標に3つの変数が必要なことは同じです。いま  $(\xi,\eta,\varsigma)$  としましょう。解析力学では、3 つの座標それぞれに共役な運動量  $(p_{\xi},p_{\eta},p_{\varsigma})$ とういものが定まる。運動方程式も、座標とそれらに共役な運動量を変数として書かれることになるのです。

Sommerfeld は、それまで理由もはっきりしないままに任意的に付け加えられてきた量子条件を、一般に  $(\xi, p_{\xi})$ , $(\eta, p_{\eta})$ , $(\varsigma, p_{\varsigma})$  という 2 つの組それぞれに対して課すべきものだとして、その形を与えたのです。Wilson も同じことを提案した。石原純もほぼ同じ。そして、この量子条件は Heisenberg が後に行列力学を提案するときまでずっと使われることになる。Sommerfeld は Bohr の原子の円運動を楕円運動に拡張しましたが、拡張だけではなかったのです。 さらに Sommerfeld は、軌道を拡張すると、それらの間の遷移によって発せられるスペクトル線の強さも遷移ごとにことなってくることを指摘しています。これは重要な進歩ですが、話が込み入ってくるので、省略しましょう。

この量子条件を水素原子に適用するとエネルギーがどうなるかというと、このようになる。ここに一つ整数  $n_r$  があって、ここに一つ整数  $n_s$  がありますが、その整数の和が出てくる。ここに注目してもらいたい。つまり、Bohr の理論でここは単に n としてあったのが、二つの整数の和だとしたのが Sommerfeld の理論です。そうすると、単に n としたのと値としては違わない。だからここが和のかたちで現れたというのは非常に重要なことで、Bohr の理論がいろいろ非常識なことを言いながらもだんだん受け入れられてきたのは、水素のスペクトルを正しく説明したからです。

なぜ正しく説明できたかというと、ここが和だったからです。和でなく、もっと複雑な関数だったら、スペクトルが複雑になって、Bohr の理論は成り立たない場合があった。そうしたら Bohr を信用しようという人はおそらく減っていたでしょう。だからここがこうなったということは非常に重要で、割とわかりやすいところから自然がわれわれに見せてくれる、「自然は教育的である」ということの一つの表れだと思います。

Bohr の理論に対して信用が増えてきたという話の続きですが、Franck — Hertz の実験というのがあります。これも授業で出てきたかもしれません。それから X 線分光学、Stark 効果、Zeeman 効果。Stark 効果というのは、原子に電場をかけたときにスペクト

ルがどう変化するか。Zeeman 効果というのは、原子に磁場をかけたときにスペクトルがどう変化するか。そういう理論まで Bohr の理論で扱うことができた。だいたい実験に合ったということです。

ですから 1916 年の秋ごろになると、Bohr が Rutherford に報告しているのですが、ドイツから絶え間ない論文の流れが出るようになった。つまり、Bohr の理論の信用が増したということです。

この Franck — Hertz の実験、これはよくご存じかもしれませんが、ちょっと話をします。Franck — Hertz の実験というのは、真空のチューブがあって、その中に水銀のガスを封入する。ガス中の両側の電極に電圧をかけて、その電圧をだんだん増やしていく。そうしたときに電極を流れる電流はどう変わるかを見ると、電圧を増やすに従って電流が増えてくる。それはそうですね。電圧を増やしたのだから電流は増えてくるわけですが、その電圧が 4.9V に達すると途端にガタンと電流が減る。また増やすと電流が増えるのですが、4.9V の 2 倍になったところでまたガタンと減って、3 倍になったところでまたガタンと減る。これが Franck — Hertz の実験です。1914 年ですから、Bohr の理論が出た後です。

この Franck — Hertz の実験は朝永先生の量子力学の教科書にも出てきて、Bohr の理論を証明するためにこの実験をやったと書いてあるのですが、実は Franck と Hertz は Bohr の論文を知らなかったと称しています。

ではどうやってこれを説明するかというと、ここが 4.9V に達すると、電子のエネルギーが増えて、増えたエネルギーの電子が水銀に衝突して水銀をイオン化する。だから 4.9V というのは水銀をイオン化するイオン化エネルギーであると Franck と Hertz は考えた。ここで1回イオン化して下がったのですが、エネルギーがだんだん増えると、もう 1回イオン化が起こる。そうすると、3回イオン化するとガタンと落ちると考えた。

Bohr の理論については俺は知らなかったぞと。彼らはベルリンにいたのですが、ベルリンの物理学者というのは皆集まってセミナーをする習慣があったようです。そこのセミナーでも Bohr の理論の話は聞いたことがない。デンマークの物理学者が書いた論文には注目しないかもしれないですね。ベルリンでも注目しなかった、そういうことが書いてあります。

ところが先ほど言ったアメリカの物理学者 Millikan は、原子の一番低いエネルギー状態から次のエネルギーに移るためのエネルギーが 4.9V だ。イオン化ではなく、次の準位、もっと次、もっと次と行って、最後にイオン化するわけですが、次のエネルギーに移るときがこうだ。2530 Åというのは、スペクトルを見ると、水銀から出てくるスペクトルの波長の一番長いものに一致する。おれは Bohr 理論に賛成だということです。

#### Bohr の理論、 認知される — 方法論: 新しい世界へ!

- 1916 『Bohr 論文集』, ドイツ語訳 刊行
- 1918 P. Ehrenfest の弟子, 学位論文に Bohr 理論
- 1919 A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien,
- 1922 Bohr に ノーベル賞, 1921, Einstein,
- 1923 Naturwissenschaften, 特集: Bohr 理論の 10年,

M. Planck: 理論物理学の比類なき一里塚

#### 一般向けにも

- 1918 『原子理論』,ドイツの教授,任意的な仮定,実験支持
- 1922 Kramers and Holst, 『原子とその構造の Bohr 理論』
  - 1925 スペイン語、オランダ語、 英語 訳
- 1924 B. Russel, 『原子の ABC』

#### スライド 18

Franck と Hertz が賛成する側に立ったのは何と 1919 年だそうです。Bohr は 1922 年 にノーベル賞、これより少し後だと思いますが、Franck と Hertz もノーベル賞をもらいます。

Bohr の理論がだんだん認知されるようになった。1916 年には Bohr の論文集のドイツ語訳が出る。それから Ehrenfest、先ほどの物理学をやめてもいいと言った人ですが、その人の弟子が学位論文にこういうことを書くようになった。1919 年になると、有名な『Atombau und Spektrallinien』、Sommerfeld の分厚い教科書ですが、そういうものが

出る。Franck に至ってはこういうことです。1922 年、オランダからは『原子とその構造の Bohr 理論』という一般向けの本も出るようになった。Russell は有名な哲学者ですが、『原子の ABC』という Bohr 理論の紹介を書いたという具合で、Bohr の理論が一般に認知されるようになりました。

Bohr 自身はどうしていたでしょうか? もちろん 1913 年の理論で終わりにはしなかった。彼は、原子の世界では古典物理学の世界とは違う法則が支配していると信じ、その新しい法則を彼の原子模型を深めることで探し出す努力を続けていました。以前に、彼の原子構造の理論を革命と呼びましたが、物理学の目標を新法則の探求に据えたという意味で彼の革命は続いていたのです。新しい法則といいますが、それが満たすべき条件があった。その一つは「大きい世界」に適用したとき古典物理学の法則に戻るべしという条件です。当然の条件です。Bohr は、それを「対応原理」と呼びました。

たとへば、水素原子が定常状態  $n+\tau$  から n に遷移するときにだす光の波長は、ミクロの法則としては

$$\frac{1}{\lambda_{n+\tau,n}} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+\tau)^2} \right)$$

ですが、n が大きいところだけ見るマクロの法則としては

$$\frac{1}{\lambda_{n+\tau,n}} \sim \frac{2R}{n^3} \tau$$

となります。 $\tau=1$ では、定常状態 n で運動する電子は古典力学にしたがって基本振動するように見え、その古典振動数に当たる波長の光を出す。つまり、電子の力学的振動数と、その電子が出す光の振動数が一致するのです。 $\tau=2,3, \cdot \cdot \cdot$  は倍振動です。【江沢:『現代物理学』、朝倉書店(1996),p.269-70を参照】つまり、ミクロの法則に従って電子が出した光は、マクロの領域では古典的に見える。電子が出す光のミクロの法則は、対応原理の条件をみたしていたのです。

#### 日本における Bohr 理論の受容

#### 長岡半太郎

- 1915 量子論 (Quantum Theory) について 「東洋学芸雑誌」
- 1920 原子の構造、「哲学雑誌」
- 1924 懇親会で Kramers-Holst を紹介, 寺田寅彦, 因果律?

#### 石原 純 「思想」

- 1922 原子の電子的構造論, Bohr により基礎
- 1923 原子番号 72 の新元素, Bohr の理論で構造を予言
- 1925 Bohr の原子構造論, 自然の極致に到達, X 線スペクトル
- 1925 原子内における電子分布, Bohr 理論, 周期律
- 1926 N. Bohr, 原子理論と力学 (Nature) の訳
- 1927 A. Sommerfeld, 原子物理学に関する 3 つの講義

#### スライド 19

では、日本ではどうだったか。1913 年はわからないのですが、1915 年に長岡半太郎が「量子論について」を『東洋学芸雑誌』に書いています。実は僕は読んでいないので、こういう題目で書かれたということしか知らない。それから『哲学雑誌』に「原子の構造」を書いている。これはおそらく Bohr 理論の話だと思います。それが『哲学雑誌』に出た。当時の哲学というのは興味が広くて、物理学の話をしばしば載せています。

寺田寅彦が因果律に合わないのではないかという話をしたのが 1924 年です。 『Kramers and Holst』は先ほど出てきたオランダ語の教科書の英訳です。それを紹介したときに寺田寅彦が言った。

石原純は日本の最初の理論物理学者のような人ですが、こういうことをいろいろ書いている。ちょうどそのころ岩波書店ができて、『思想』という雑誌を出していた。いまの『思想』はいかにも哲学かぶれの論文しか載っていませんが、当時は物理学の論文をたくさん載せた。物理自身が哲学的な性質を持ち始めたということもあるかもしれません。

そういう物理学自身が哲学的な性向を帯びるようになったころ、日本の物理学が成熟に達していた、大人になっていたということは、日本の物理学にとって非常に幸いなことだったと思いますね。例えば中国の物理学者は、荒っぽく言えば、いま出発しているようなものですが、そういうのに比べると、ありがたいときに出発したと言えると思います。

革命後の力学 = 量子力学

#### 電子には 行き先 をきめる理由がない:

行き先は確率できまる - Einstein (1916), 遷移確率

#### 定常状態では輻射しない:

基底状態: 輻射できない、エネルギーのより低い状態がない

励起状態: 時刻 t に輻射しないでいる確率  $e^{-\lambda t}$ 

## 輻射の振動数 ≠ 波源の 力学的振動 の振動数:

**定常状態**: エネルギーの定まった状態,  $e^{-iEt/\hbar}$  で振動

 $\Longrightarrow$  遷移要素は  $e^{-i(E_m-E_n)t/\hbar}$  で振動

軌道運動:  $u_n(x)e^{-iE_nt/\hbar}$  の重ね合わせ。

対応原理:  $\nu = \frac{E_n - E_{n-\tau}}{h} \longrightarrow_{n \to \infty} (古典力学的な基本振動数)_{\tau}$ 

スライド 20

次に、Bohr の原子模型、革命と称しましたが、それがその後の力学、つまりそこから 量子力学が生まれるわけで、それにどのように影響したかという話です。

大事なことはほとんどしゃべってしまったのですが、Bohr の原子模型で「革命」と名付けた。それがいまの量子力学にどのように影響しているかを少しだけお話ししたいと思います。

まずどういうことになったかというと、電子には、ある準位に励起されたとして、そ こから後どこの準位に落ちるか行き先を決める理由がないという反論が出た話をしま したが、これはいまの量子力学では確率で決まる。要するに、どこに行くと決まっているわけではないので、ここに行く確率がこれだけ、ここに行く確率がこれだけ、そういうことならいいわけです。だからここでも古典的な因果律が破れてしまう。それを最初に言ったのが Einstein で、遷移確率、ある準位から別の準位に移る、この準位に移る確率はいくらで、この準位に移る確率はいくらでという、確率任せにしたということです。そういう解決である。

定常状態では輻射をしないというのがありましたが、それも確率で、このんが物理から決まるものである。それから輻射の振動数が波のもとになっている電子の力学的振動の振動数と違うというところは、定常状態を導入して、Bohr もそうだったわけですが、その定常状態の振動数はこうやって決まると量子力学では変わったわけです。

定常状態というのは、電子がある軌道を回転しているというのではなく、ある原子核の周りの波動の状態で、その波動はこういう振動数で振動している。そうすると電子が軌道運動するというのはどのように表されるかというと、むしろ定常状態が基本で、定常状態のいわば重ね合わせとして軌道運動は理解すべきものだ。だから量子力学では軌道運動が二次的なものに押しやられたことになります。

そういうことをしていながら、巨視的な運動に関しては古典力学が成り立つとはどういうことかというと、「対応原理」といって、振動数は振動数の高いところで見ると古典力学的な基本振動数の整数倍になる性質があるので、古典力学が成り立つように見えるという話になった。ですから定常状態が基本で、その振動数は Bohr の言った振動数で決まると考えが変わったわけです。

# Heisenberg: 運動学的および力学的関係の量子力的な読みかえ (1925)

### 掛け算の規則— 行列算

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{nk} e^{2\pi i (W_n - W_m)t/\hbar} Y_{km} e^{i(W_k - W_m)t/\hbar} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{nk} Y_{km} e^{-(W_n - W_m)t/\hbar}$$

量子条件:  $\oint pdq = nh$  |  $\hat{X}\hat{P} - \hat{P}\hat{X} = i\hbar\hat{I}$ 

スライド 21

そのことを取り入れたのが Heisenberg の行列力学で、古典的な理論では電子の軌道運動、時刻 t における電子の位置はフーリエ係数で表されるようなものだ。そうすると、x の n,  $\tau$  という n 番目の軌道運動の  $\tau$  番目の振動に当たる振幅がむしろ量子力学の基本的な量で、それは n と  $\tau$  といういろいろな整数で決まる。その振動数は Bohr の言った振動数、エネルギーe の代わりに W と書いてありますが、これは e と書いてもよかったのですが、こういうものである。

これについて先ほどの量子条件を書いてみると、積の順序によって積の結果が違うものになり、これのマトリックスを考えると、この量子条件はこのように翻訳されるという格好に変わったわけです。

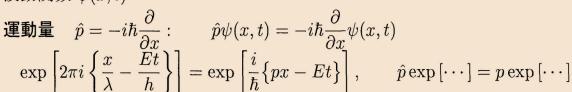
ですから要するに理論物理が Bohr の理論から学んだのは、定常状態が基本であって、電子の軌道運動はむしろ定常状態の重ね合わせとして理解されるものだということです。

## L. de Broglie: 物質の波動性 (1924)

光の粒子性 物質の波動性 
$$\varepsilon = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad \nu = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

量子条件: 
$$nh = \oint pds = h \oint \frac{ds}{\lambda}$$

波動関数  $\psi(x,t)$ 



座標  $\hat{x} = x$  をかける:  $\hat{x}\psi(x,t) = x\psi(x,t)$ 

交換関係:  $\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar$ 

Schrödinger の波動方程式 (1926): 
$$\left\{\frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{x})\right\} u_n(x) = E_n u_n(x)$$

スライド 22

先ほど出た de Broglie の理論は、光というのは振動数と波長を持っているけれども、それが粒子性を示す。エネルギーの粒子性だけではなく、光の粒子が運動量も持っている。光が粒子性と波動性を兼ね備えているとすれば、粒子であるエネルギーと運動量に対応して、波長と振動数がこのように決まる波動性を示すと解釈されると de Broglie が言ったわけですが、これは最初てんで相手にされなかった。 de Broglie は夢想家と思われていて、こんなのとんでもないと。いまでこそ簡単に言いますが、 de Broglie が波動性を考えたときはそれほど単純ではなく、電子は粒子だけれども、体内振動をして、粒子の中に振動が隠れているという話から始まった。最後に大事なことはこの関係だというところに落ち着くわけですが、落ち着くまでは大変なことだった。

この量子条件は、軌道に沿ってぐるっと積分したときに、それが Planck 定数の整数 倍になる、こういう条件に置き換わるということです。これは楕円軌道がこう描いてありますが、なぜか知らないけど、de Broglie にしろ、その後の人にしろ、円運動の絵ばかり描いていますね。こういう楕円軌道でも、この式を計算すると、ちゃんと水素原子

の電子のエネルギー準位が出てきますと書いたのが、私の量子力学の教科書の初めではないかと思います。とにかく楕円軌道、ここは原子核に近いので、運動エネルギーが大きい、電子が速く動いている、ここはゆっくり動いている。ですから波長は違うけれども、積分で考えると、Planck 定数の n 倍、それが量子条件になります。

こういう話を Schroedinger がチューリッヒのセミナーでしたとき、Debye がそのセミナーにいたそうです。この波はたしかに位相があるけれども、振幅がない。これは振幅が全部同じです。どこでも同じ振幅で、ただ位相だけが問題です。位相しかなくて、振幅がない波はない。だいたい波動の話をしながら、波動方程式が一つも出てこないのはどうかしている。チャイルドプレーである。子どもの遊びになっている。だから波動方程式を導入しないと大人の物理学にならないぞと言われて、Schroedinger は彼の方程式を書いた。いろいろ試してみて、この方程式ならだめ、この方程式ならだめ、そのようにして Schroedinger の方程式に変わった。

変わった後で見ると、これは電子の運動量を演算子で表す。そのようなことに対応するということですね。Schroedinger の波動方程式というので、先ほどの定常状態に当たるものが波動関数法、固有値問題に変わる。ですから要するに、定常状態が基本になって、軌道運動はそれから導かれるというふうに変わりましたということです。

ところで、Bohr の理論は実験に正しく一致した。Bohr の考えは奇想天外な話でなかなか信用しがたい理論であったけれども、とにかく計算結果は実験に非常によく一致した。それがなかったら Bohr の理論が受け入れられるまでにもっと時間がかかったかもしれないと思いますが、その Bohr の理論が実験に一致するためには、原子核とその周りを回る電子の間に働く力の法則が Coulomb の法則に従っていたということが非常に大事だった。

# 井戸型ポテンシャル 定常状態: Bohr によれば ① 古典力学に従う $\Longrightarrow$ 運動量 p=-定, 壁で反射 ② 量子条件: $\oint pdx = nh$ , よって $\Longrightarrow \lambda = \frac{2a}{n}$ 量子条件による 量子力学による 合わない 水素原子の電子、もし、井戸型ポテンシャルだったら?

スライド 23

もし Coulomb の法則でなく、井戸型ポテンシャルだったらどうなるかを考えてみる。 そうすると Bohr の使った量子条件による許される波動は、井戸の両端でゼロにならなければいけない。ところが量子力学では、壁の中に波動が染み込む。ですから Bohr のような量子条件でやったらば実験に合う結果が出なかったとすると、彼の理論が受け入れられるまでにもっと時間がかかったと思うわけで、クーロンポテンシャルの問題をさあ解きなさいと Bohr に示してくれた自然は教育的であったということです。

そうはいっても、実は Bohr 以外に別の問題で量子論に近づこうとしていた人がいなかったとは言えないわけで、Bohr が原子を取り上げたのはむしろ彼の幸運であったと言えるかもしれない。そのへんは難しい、よくわかりません。

用意してきた話はこれでおしまいです。

自然は教育的である!

### 【司会】

どうもありがとうございました。

### 【司会】

次の講演者は、情報システム研究機構国立情報学研究所の根本香絵教授です。1955年、本学お茶の水女子大学の博士課程(物理学専攻)を修了後、オーストラリアのクイーンズ大学の研究員、それから、イギリスのウェールズ大学研究員として研究を進められ、現在、国立情報学研究所で量子情報の研究を推進しておられます。本日は「21世紀の量子情報科学」というテーマでお願いしております。

では、どうぞよろしくお願いいたします。

# 21 世紀の量子情報科学

根本 香絵

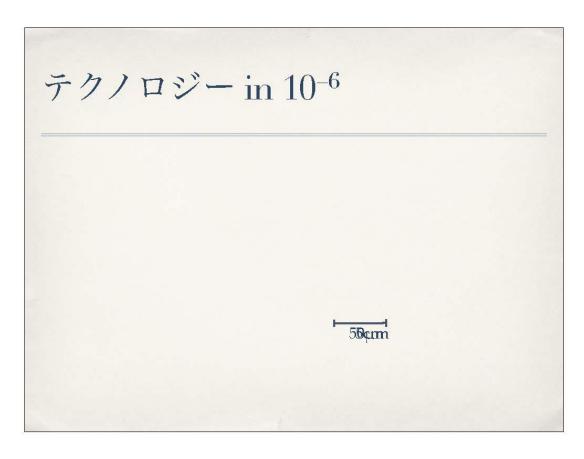
国立情報学研究所 教授



スライド 1

今日は「21世紀の量子情報科学」ということでお話しさせていただきます。

量子情報科学には、「情報」ということと、「量子物理学」ということ、の2つの側面があり、これは両方とも今の私たちの暮らしや考え方に非常に深く関わっているということができます。



スライド 2

今、私が使っているコンピュータもそうですし、携帯電話、その他いろいろなところで、量子力学をもとにした半導体というテクノロジーが使われています。

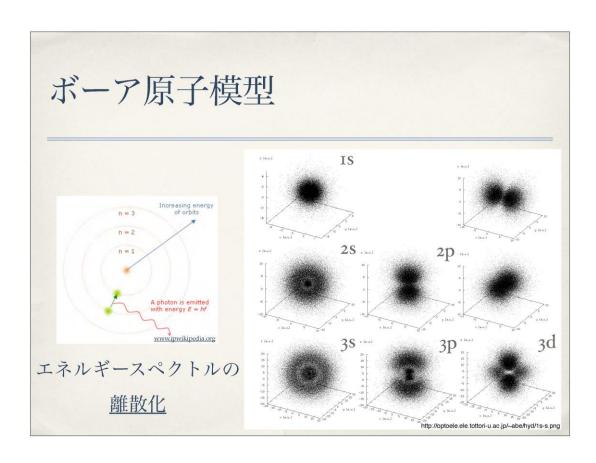
現在さまざまな電子機器に使われている基板は、5 cm、10 cm といったサイズですが、そういった基板の上にいろいろと細かい細工でもって回路を焼き付けていきます。すると、その中に作られている構造は非常に小さなもので、1 mm 以下、マイクロメートル ( $\mu \text{m}$ ) というオーダーの非常に精密な、すなわち小さいものになっているわけです。ここで情報処理を行うわけですが、そのためには、この基板の上に、当然たいへん微細な構造を実現しなければなりません。そのための微細加工技術は、一つの長さが、まだナノには届かないのですけれども、 $\mu \text{m}$ といった小さいところまで行きつつあります。

# 微細構造

どのくらい原子のスケールまで近づいているのでしょうか?

スライド 3

このようなオーダー(大きさ)というのは、先ほどAという話がありましたけれども、 技術の発達に伴って、今いったいどのくらい原子のサイズに近づいているのか? とい うところがだんだん気になってくるわけです。



スライド 5

そこで今度は、これを私たちの手に載せた時に見える、その大きさではなくて、原子 の方から見てみたらどうだろう。というふうに考えてみます。

今、基板として使っているのはシリコン基板なので、原子は結晶構造をしています。 この結晶構造の中を見て行くと、この 100nm くらいのところから小さくなっていって、 この原子一個一個というのはÅくらいの大きさになっているわけです。

ここまでスケールが下がってきますと、量子効果というものが、はっきりと見えてきます。先ほどの(江沢先生のご説明にあった)ボーア模型と同じようなことになっているわけです。先ほども話がありましたけれども、エネルギー準位が離散化している、つまり「とびとびの値」しかとりません、ということがあって、一つ上の準位から下の準位に飛ぶときに、ちょうどそれとエネルギーが合った波長の光を出す、という現象が知られているわけですね。

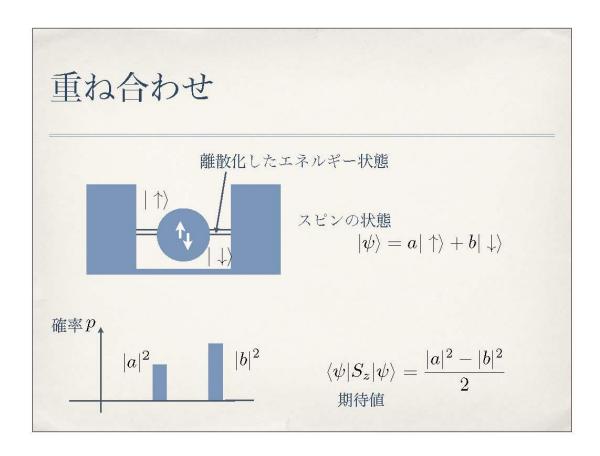
ここにある定常状態がどういうふうになっているのかというのは、現在では、数値計算によって算出することができます。これは水素原子で計算しておりますけれども、こ

のように空間的に広がって見えます。そうしますと、昔、教科書などで習ったように電子というのは原子核の周りを回っているというふうになってくるわけではなくって、何かこのように原子核の周りにぼや一っと広がって雲のようになっているんだ、というふうに考えることが出来るわけです。

ここまでが、どちらかというと外から見ているといいますか、量子的なものがあって、 それを外から観察すると、まあ、こんなように見えるよという話になります。

例えば、NMRというのは、ちょっと今はもうこのように呼ばなくなってしまいましたけれども、核磁気共鳴を使って私たちの身体の様子を見るというようなときも、実にたくさんの原子核があって、それをいっぱい集めてきて、全体を見るとどうなってますか?……というふうに見るわけですが、それと似たようなことになっている。一個一個を見るんだけども、こうぼや一っと、像が見えるというわけです。

しかしながら私たちの時代の技術は、ぼや一っと見えるのではなくて、一つ一つの電子、一つ一つの原子というものを対象にして、その状態をコントロールするということを始めています。



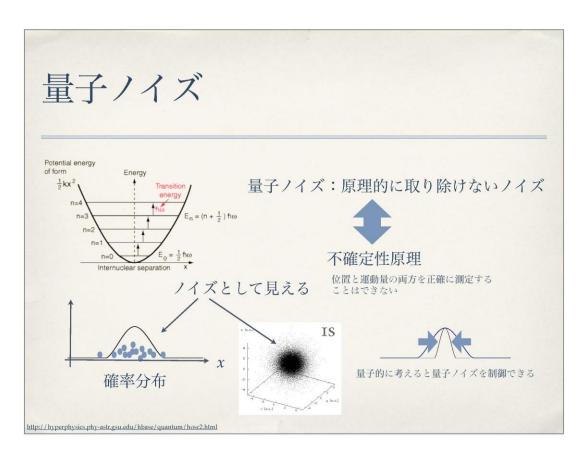
スライド 6

そこでここに、一つの電子をトラップする量子ドットのようなものを考えるとします。 ここには離散化したエネルギー状態があって、そこに一つ電子が取り込まれています。 電子は、スピンという自由度を中に持っていますので、図ではこのように書いているわけですけれども、ここに磁場をかけると、上向きの状態と下向きの状態が分かれて出て くるわけです。これを通常、私たちは状態として、このように書いて、スピンの上向きと下向きが重ね合わさった状態というふうに考えます。

ちなみに、なぜ重ね合わせた状態を基本に考えるかというと、これを考えたときにはまだそれほど「状態」というものの立場から考えていなかったわけで、逆に外から見る立場から考えて、上向きという状態が a だけある、下向きという状態が b だけあるのだから、これを測定すれば、上向きになる確率というのが a、下向きになる確率というのも b だけある、というふうに考えられる。もちろん、複素数になっていますので、測定したときにどっちになるのかというものを、図のようにこういう確率で表すことができます。

そうしますと、先ほど言ったように、同じ状態がたくさんある場合に、全体としてど

うなりますかということを考えると、期待値というものによって、私たちは実際の観測でとらえることができるのです。そうしますと、これがどれだけあるか、どれだけどっちにあるかということで、ここの測定値とここの測定値は違うのですが、ちょうどその間に来る。実際、一つ一つの電子というのは中間的な状態というのは持ってないわけです。エネルギーを見れば、上か下かというふうに二つしか持っていないのだけれども、重ねられるということによって、こういった中間的な期待値をもつということが分ります。



スライド 7

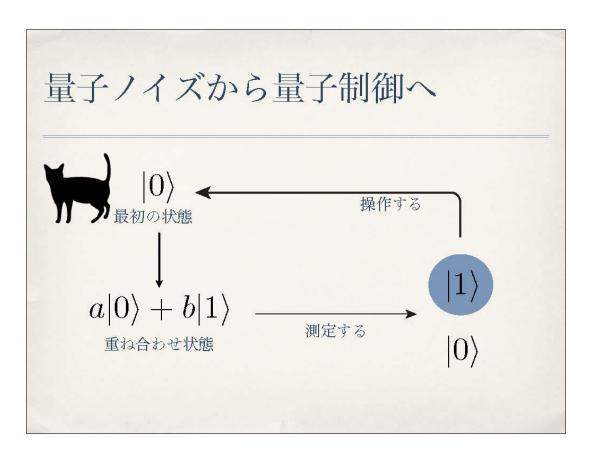
今度は、調和振動子を見てみましょう。調和振動子というのはエネルギー準位が等間隔になっている、そういう系ですねというお話がありました。ここで、一番下にある状態を基底状態と言いますが、基底状態にあるとしましょう。ここにxとありますが、これがどこにあるかを測るということを考えると、基底状態を一つずつ、一回一回同じ状態を作っても、違うとこにぽつぽつとこういうふうに出てくるわけです。全体の統計をとりますと、ここからガウス分布がこういうふうに出てくるということが分かります。

ただ、ここで重要なのは、例えば今の私たちのコンピュータを作っている技術であって も、今まではこの分布に非常に興味があるわけです。

ところが、これから私たちが言いたいのは、この一つ一つのドットです。ただ気をつけなければいけないのは、一回一回これが違う値をとってくるのです。というのは、元々ここにある状態の測定結果というのは、同じ状態であっても一回一回違うものを与えるという本質的に確率論的な性質があるからなのです。そうしますと、ただぼんやり見ていると、先ほどみたいにただそれをたくさん用意して何回も実験しましょうとやると、こういうふうになってしまう。それが、先ほどの水素原子の電子が雲のように広がっているということと、非常に似たことになっているわけです。これはどうしても位置が知りたいと思うとノイズとして見えるので、位置を使って何か技術を作りたいときにはやはりこれはノイズとして見えて困るわけです。これがいわゆる「ショットノイズ」でして、本質的に取り除けないノイズという話になってくるわけです。

これは当然、不確定性原理という量子力学の基本的な原理と非常に深く関わっています。位置と運動量の両方を正確に測定することは出来ないから、何か片方を正確に測るともう一つは正確でなくなってしまうという原理です。それが何を表しているかというと、こういうふうにここのエネルギー状態というのは、位置に対しては決まった値を取らない。つまり重ね合わせ状態になっているということです。重ね合わせ状態になっている限り、分布は重ね合わせた通りに広がってしまいます。ところが、ここからもっと量子操作を考えましょうということを考えると、これをぎゅーっと真ん中に押し込めればもっとノイズは減る。つまり、ここにある分布はもっとシャープになって、ノイズは出ないのではないかというふうに考えるわけです。ところが不確定性原理がありますので、簡単にはできない。どうするかというと、片方を縮めるということは、反対方向は伸びるということなので、つまり「一方向のノイズは減らすということは、片方を犠牲にしてノイズを増やすことによって、一方向のノイズを減らすことが出来る」。こういう量子操作が実際に可能で、例えばこういうふうにすると、量子ノイズというものが、コントロール出来るということが分かってきます。これが、量子を外側から見るところから少しずつ徐々に徐々に内側に入って行って、量子状態そのものをコントロールする

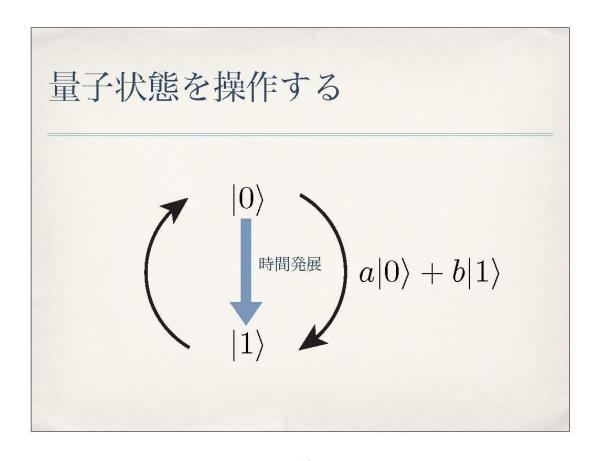
という考え方の第一歩になっているわけです。



スライド 8

これがまさに量子ノイズから量子制御へという流れであり、現在は世界中の研究室で量子状態を操作するということが試みられているわけですね。

最初の状態をゼロの状態というふうにおきます。ここが最初に自分たちで初期化して 準備をしているところ。その後で、ここから何らかの時間発展をさせて、重ね合わせ状態を作ります。これが何か。昔の量子力学の教科書の最初の方を見るとこういう議論が沢山あるのですけども、これはどういう意味だろうということを考えるのですが、測定してみましょう。こう測定するとやると、これ例えばゼロになる。先ほど言ったようにこれのスピンがダウンであったりアップであったりするのと同じように、ゼロになるのかまたは1になる。 大概はここで議論が終わってしまうのですけれども、ここでこの後はどうなるのかということが、量子情報では非常に大事なことです。測定値として1になったからおしまいというのではなくて、1になったらそのあと状態はどうなるかということを考えないといけません。そうすると、1になったということは当然ここに射影されているので、測定前の状態はこうだったけども、測定後はこうなるというわけです。

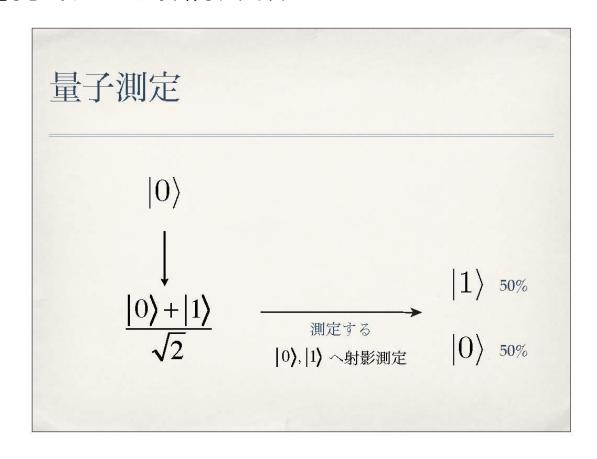


スライド 9

それでですね、これ、シュレージンガーがシュレージンガーの猫の考えをしたときには同じことを言っていて、最初は猫は生きているというふうにしておくわけです。しかし途中でこれが1になったら死んじゃうわけですけども、ここで、生きているのと死んでいる状態が重ね合わせになっている。そこで、これを測定するとどうなりますかというわけですが、ここでもし結果が1なったとしたら、今度は私たちは「生きている状態から重ね合わせ状態へ時間発展させたように」量子操作をここへ施すことが出来ます。ここの状態はもう死んだ状態と判っているので、死んだ状態から生きた状態へ量子操作をすることになるわけです。だから猫は、猫が本当に生きているのと死んでいるのが量子状態として特定出来るとするとこういった操作が出来る。つまり、量子力学というの

はそういう操作を許しているわけですから、一回死んだものがこれは生き返るということが出来るというふうになってしまうわけです。このように考えてくると、実は、なぜシュレージンガーはここで止めちゃったのかな? ということもひとつの疑問として浮かび上がってくるわけです。何でここでぴたっと止めてしまって測定しちゃったのだろう。

黙って待っていたらどうなるかというと、例えば、量子回路で0から1に変換するゲートはNOTゲートなので0を1にする、1を0にする。古典計算のNOTゲートと同じことなのでよくこういう操作をします。もっともこれは物理過程ですから、急に0を1にしたり、1を0にしたりするのではなくて、むしろ「時間発展」というのを起こします。それでは途中はどうするかというと、やはり飛んだりはしなくて、途中の状態というのが見えてきます。この途中の状態が出てくるということは、一回ここまでの時間発展をすると当然、しばらくすれば元に戻るわけです。じゃあそうすると、別に測定なんかしなくても、猫は死んだかなと思っているうちに、またしばらく待っていれば生き返るというプロセスがあり得るわけです。



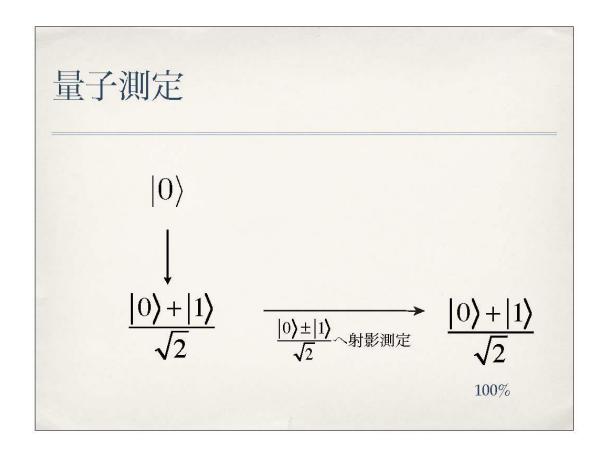
スライド 10

このように十分な時間が経てば、量子力学では必ず可逆な状態操作になっています。

これを使って例えば量子計算とかいろんな操作を行うことを考えるわけです。ところが、 量子計算ではこの操作というものの代わりに先ほどの測定が用いられるということがやはりあるわけですね。量子力学では測定というのはやっかいであり、有り難くもあり、その辺がちょっと微妙なところです。

先ず、これがどういうことかとうのを見ていきます。初期状態から目的の状態へ、例えばこれが半分ずつに重ね合わせた状態を持って行きます。これを測定するのですが、このように測定する。1になる、0になるというのは、ちょうどここが同じ重みで足しあわさっておりますので、半分半分というふうに半分の確率でこっちになり、半分の確率でこっちになる。ただし、これ一回測定してしまうと何回測定しても1は1、0は0ですので、何回も測定したかったらもう一回ここからやり直さないと、この測定は何回もやったことにはならない。何回も状態を準備して、この測定を行えばこの統計が得られる。回数が大きくなればきちん半々に出てくる、というふうになっています。

先ほど測定すると単に言いましたけど、ここで 0 と 1 にするためには、実はどういう 測定をしているかというと、0 の状態と 1 の状態に射影測定するとどっちですか、とい うふうにとる。0 ですか 1 ですかというふうに問うているというわけです。



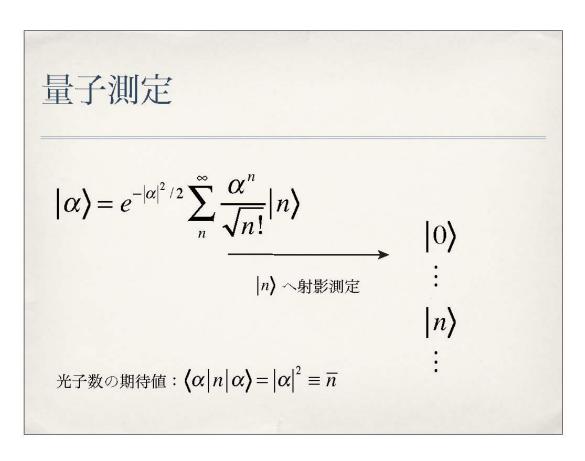
スライド 11

そうすると、ここで不思議なのは、別にこういうふうに問わなくてもいいのです、というのが量子力学では許されています。何故かというと、重ね合わせが許されているのだから、これだって、これだって全部同じように立派に状態です。ですから、その中でこれだけが何かスペシャルなものだというわけではないのです。そうしますと、当然、先ほどの0と1で直交する状態への射影というのは、この二つの直交する状態への射影へと拡張できます。そうすると今度は先ほどと同じように、ここで同じ状態が出てきますので、この場合には何回もやっても結局同じ答えしか出てこないわけです。

それでは例えば、先ほどの状態の時間発展なんか止めて、最初から0と1の二つの重ね合わせに射影したらどうなるかというと、このように50、50の確率でこっちになったりこっちになったりするわけです。そうしますと、出てきたときにこっちになったりこっちになったりすることが判るので、時間発展なんかしなくても測定さえ出来れば、状態を操作することが出来る。

例えば、量子計算をしたい場合に、常にユニタリー発展(時間発展)させなくても、 測定をうまく使えば、計算は進むということが何となく分かるわけです。

というわけで、古典の場合には0のビットをいくら測っても0だし、1のビットはいくら測っても1でそれ以上何も出来ないのですが、量子コンピュータの場合には測定ということが、演算と同じだけのパワーを持つ、計算能力を持つということが分かっているわけです。

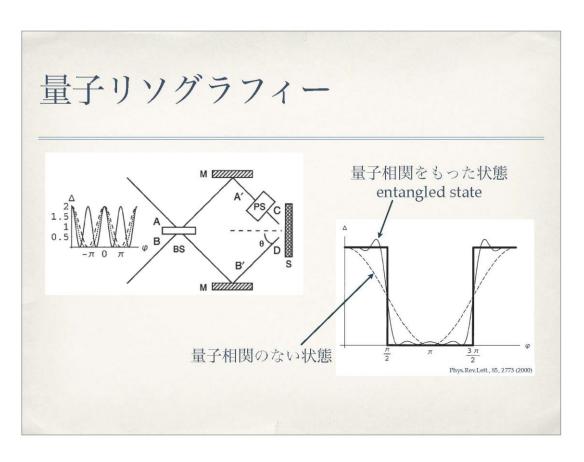


スライド 13

そうしますと、もうちょっと面白いことにですね、まあ、面白いかどうかは個人によるわけですけれども、例えば、レーザーのコヒーレント光ですが、コヒーレント光の中に、どれだけフォトンがありますか、光子の数がどのぐらいありますかというのを測ってみましょう。実際にこの光子の数を測るというのは非常に難しいんですけども、まあそれが出来たとしましょう。コヒーレント状態をフォトンの状態で展開すると、0から無限大まであって、無限大までの和になっています。その中のどれでも出てくる可能性は、少しかも知れないけどゼロではない。そうするとこのコヒーレント光を作るのには、光子数の期待値は幾つかということが関わっているのですが、その期待値はこのαで決

まるわけです。期待値としてこれだけのエネルギーを入れたにもかかわらず、測ったら 0 だった、つまりエネルギーはあたかも無くなってしまったと見えたり、または期待値 の出してくるこのエネルギーに比較して、それ以上に大きいエネルギーが測定される、 ということもあるわけです。

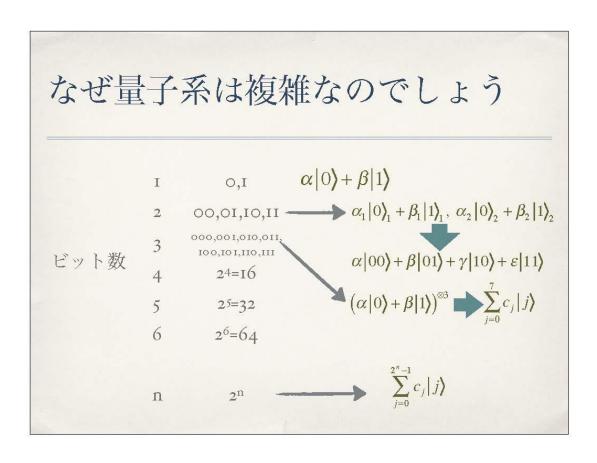
そうしますと、測定されればそこで射影されますから、その状態を得ることが出来る。 つまり、最初にあると思っていた平均的なエネルギーよりも大きなエネルギーの状態と いうのは確率的には出てくるということです。しかしこれを何回も何回もやることによ って、勿論、平均値は期待値に近づいて来るというわけです。



スライド 14

こういった性質、この量子力学の量子的な状態の領域で、一体どんなことが出来るのかというのをちょっとひとつずつ見てみたいと思います。

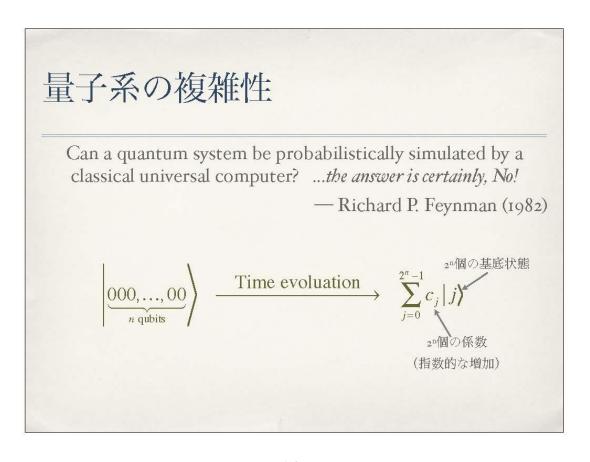
これは「量子リソグラフィー」の例なのですけれども、どういうことをやっているかというと、量子相関のある量子状態で見ることによって、ここでイメージングをもっと 正確に量子相関の無い場合に比べてずっと正確に出来るということが分かっています。 これがリソグラフィーにした最初のイメージなのですけれども、ここに、普通の相関のない状態でみるとこういうふうにしか描けない。つまり本当はこれが描きたいけれどもこういうふうになってしまいます。ところがエンタングル状態と呼ばれる量子相関を持っている状態を入れますと、こういう形に実線で描かれ、最初に欲しかった形にずっと近く描くことが出来きます。そうすると普通は波長を短くして行けば像というのはきれいに見えてくるけれども、この場合は波長が同じにもかかわらずきれいに、普通にやるよりはずっときれいに描くことが出来るというところが、量子的な効果になっているわけです。



スライド 15

それではもう一つ、違う点を見てみましょう。量子系というのは複雑であるというのがもう一つの特徴です。これはどういうことかというと、量子物理を勉強したり研究したりするとなかなか解けないと。いろいろと手法を用いるのだけれども、なかなか解けないということに最初にぶち当たるわけですが、それは何故かというわけです。まず、これ、最初の欄はビット数、私たちが使っているコンピュータの例えばビット数を考えると、まあ、1 ビットしかないと 0 と 1 しか表せないですね。2 ビットあれば 4 つある。

3 ビットあれば 8 個、というふうにして段々段々に増えて、n 個あれば 2 on 乗個をそこに入れることが出来るというわけです。それでは、これを量子ビットで考えてみましょう。量子ビットというのはビット、さっきの 0、1 の状態をもとに、0 と 1 から拡張して見てみます。そういうふうに考えてみると、0、1 だったらこうなる、二つある。四つあれば四つ状態がある。8 個あれば、8 個状態があるんで、個々の係数というのは n 個あれば 2 n 乗個ここにある。



スライド 16

先ほどヒルベルト空間というのが出てきましたけれども、ここヒルベルト空間の上というのですが、このヒルベルト空間の次元がどんどんと、つまり指数的に大きくなるということは、そこにある情報というのが指数的に増えて行くということで、非常に解析が難しい。解析がもともと難しければ、それを使ってやることで非常に高速な計算が出来るんじゃないか、例えば複雑な量子系に対して、操作可能な量子系を使えば、効率よくシミュレート出来るんじゃあないか、というふうに言ったのがリチャード・ファインマンさんです。

ここのヒルベルト空間の複雑さといいますか高次元性というものは、量子コンピュー

タのパワーになっていると考えられますが、ただそれがどういうふうに結びついているのかというのは、今でもはっきりとは分かっていません。ただしその量子状態が記述されるその大きなヒルベルト空間というのが、リソースになっているだろうということは言えます。このように数式で書いていくと、うまくこれを使えばいいんだなということで何となくいいのですけども、これを実際にやりましょうというと、それはもう非常に大変です。



スライド 17

今年度の受賞者の方々の研究に関連して、冷却原子またはイオン・トラップといわれるものは、非常に冷やした原子をトラップします。そのトラップの仕方にはいろんなものがあります。

例えば ボーズアインシュタイン凝縮 (BEC) が最初に成功したのは、前世紀の終わりですけれども、それにも大体百年くらいかかってる。予言から百年くらいかかって初めて、BEC を実際に観測することが出来ました。

冷却の技術が進んで、今は冷却原子を様々に、例えばこういったチップの上にトラッ

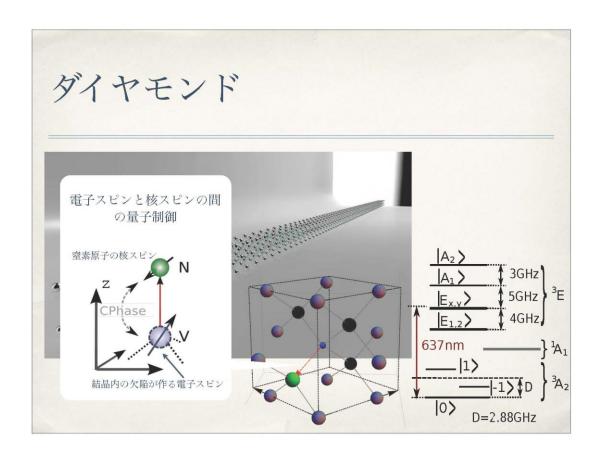
プすることも出来ます。または光の格子を作り、そこにトラップするというようなこと も出来ます。

これは有名なインスブルックのグループのもので、原子を横に並べてトラップすると、これはいわゆるイオン・トラップですが、一列にイオンがトラップされる。そこに光を当てると、トラップするだけでなくひとつずつ操作することが出来る。つまりひとつひとつが量子ビットだと思って、1個ずつアドレスを振ることが出来る。こういったことが実際に可能になっていて、イオンが並んでいてその振動モードがこうやってこう揺れている様子というのも見ることができます。つまり非常に精密なコントロールが出来るようになって来ているのです。

チップ上のイオン・トラップというのも勿論ありまして、イオンをトラップしたまま動かしていきます。なぜ動かしたいかというと、量子ビットと量子ビットを相互作用させたいということが量子情報処理では起こり、そうすると遠くに離れていると相互作用が出来ないので、動かして行くということになります。またそれをどうやって動かせばいいかというのは、実際に実験でそのような相互作用も成功しています。

このように実際に電子のレベルで私たちの実験の手が届くということが、今世紀には もう十分に行われて来ているというわけです。

これはガスと言いますか、この空間にこうトラップされた原子なんですけれども、じゃあ今度は固体中ではどうなのかといいますと、固体中でもそういったことというのは同様にできるようになってきています。



スライド 18

固体の場合は、一個ずつ原子がというわけには行かないので、たくさん原子がある中で何か私たちがどうしても欲しいもの見たいものがあるわけです。

この場合は何かといいますと、これはシリコンではなくてダイヤモンドなんですけれども、ダイヤモンドが窒素を不純物として含むときにその隣にちょうど居るべき炭素が居ない場合があります。そうするとここに何もない空の格子と窒素がペアとなって電子をトラップします。この NV 電子スピンのエネルギースペクトルは、今世紀初めくらいから非常に盛んに研究が進み、今このあたりまで大体分かってきております。

これを使いますと、スピン状態というのは、実に一個ずつ操作することができます。 しかも、そこの窒素には核スピンありますけど、炭素には炭素 13 でない場合には核ス ピンがないので、ここと電子の間で相互作用するわけです。このハイパー相互作用を通 じて、核スピンの制御も可能であるということが分かっています。

こういった格子欠陥は、大きな結晶中にたくさん作ることができて、その結晶中の一点として NV を実際に写真に撮ることができて、光って写ります。そこにある NV を実際にこのように、外から制御して、必要な状態を作りだす操作をすることが出来ます。

それが今の量子情報操作のもとになっているわけです。

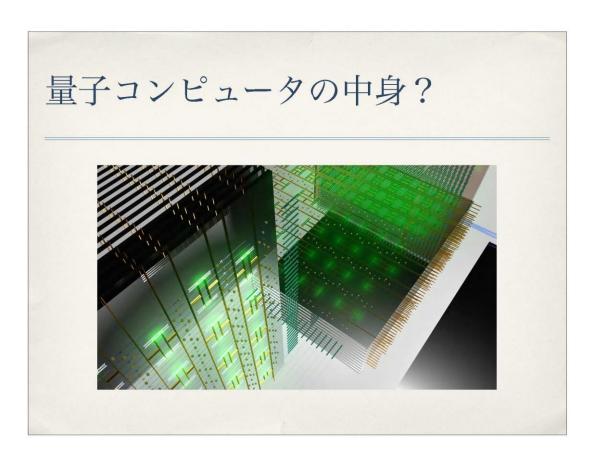


今、私たちが一所懸命研究しているのは、このような将来の量子情報の基礎となる、 技術の基礎なわけです。では、こういった基礎的な操作・制御というものをもとにして、 一体何が出来るのか、これから私たちの生活にどんなふうに関わって来るのか、を考え てみましょう。

量子情報技術、もっと広く言えば量子技術というのはどういうことかといいますと、「量子情報的なことを使わなければ達成出来ないことを出来るようにする」、というのが一番大きな特徴です。先ほど言いましたように、高精度測定やリソグラフィーは、非常に細かいところで高い精度を達成するものです。逆に非常に大きいところ、例えば写真の LIGO の重力波の測定に、先ほどのスクイーズ状態、ぎゅっとノイズを縮めた状態を使った装置が、実際に実装され使われています。また、こういった非常に大きな実験というのは、実は量子情報をどんどん進めて行く上で、机の上で出来るようなイメージというものもあり、それも可能ではないかというふうに言われています。

また複雑系のシミュレーションではどうでしょう。 原子をならべてトラップします と、そこにいろいろな私たちがやって欲しいと思っている相互作用を入れることが出来 ます。そうすると、例えば実際に物質を作る場合にこんな物質だったらどういう性質が 出来るのか、ということをシミュレートすることが出来ます。

すぐに私たちが使えそうなものとしては、QKD (量子鍵配送)のネットワークがあります。これは安全な通信を支えるようにワンタイムパッドの通信を行うための鍵を配送する QKD のネットワークです。東京 QKD ネットワークは、実際に東京で連続運用実験が行われています。これなどは、私たちが使えるようなものが結構すぐそこまで来ているのではないか、というふうに考えられるわけです。

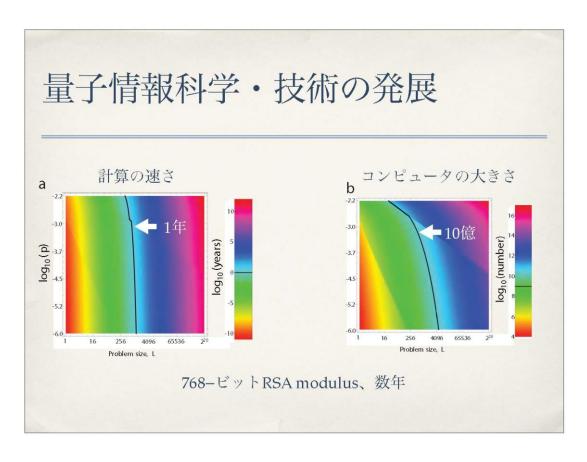


スライド 20

というわけで量子情報というと、何かこう、何かこういうことをする、という決まったものがありません。様々なところで私たちが出会う限界、古典物理の限界に対して、原理的にその限界を破って行くことが出来るというのが、量子情報技術の特徴になっています。

こういう話をしますと、「それで、結局量子コンピュータというのはいつ出来るのか」 という質問がどうしても出てきます。量子コンピュータについては、いろんな人がいろ んなこと言っていて、それがまた至極分かりにくくしているとも思うのです。

今の技術レベルに比べると、量子コンピュータの実現化というのは確かに大変です。だけども何で大変なのかということが、どんどん変わってきています。最初は、もうそれこそ1量子ビットや2量子ビットをコントロールするにも大変で、それなのに百個も千個もあったらどうするのかという、いわば見通しのない大変さです。ところが今はそういうわけではなく、量子コンピュータを作るのには非常に大きなデバイスの数が必要だということが分かっていて、どういうふうにそれらをつなげれば出来るかというところまで分かっています。これは、どんなデバイスをどのように繋げて、如何にコントロールするかということが、全部分かっているということです。しかも、そのデバイスのレベルーつ一つを見ると、意外と今の技術から見て行けそうだというところまできています。ただ問題なのは、非常にたくさんないと量子コンピュータは出来ないということです。ここが量子コンピュータの非常に難しいところです。



スライド 21

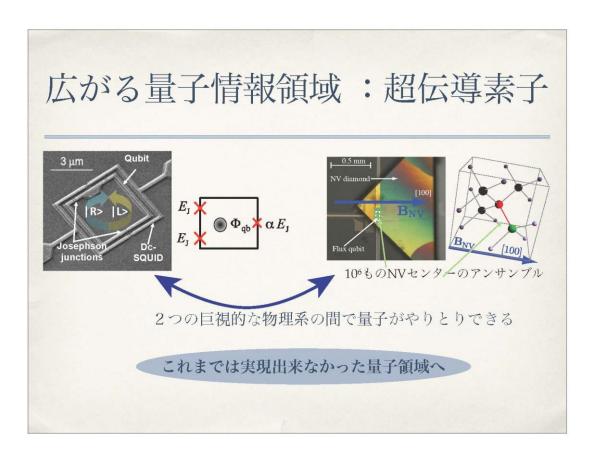
ではどのぐらい必要なのだろうということを図で示しています。これは非常に悲観的な見積もりで、もしこれより見積もりが悪かったら他の方法を考えた方がいいですよ、

というまずはここがボトムラインで、将来出来てくる量子コンピュータは、これより必ず性能がいいはずです。

図 a は計算の速さを示しています。素因数分解をやらせて 1 年でどのぐらいの問題が解けるのかが、1 年のラインです。今の最高のスーパーコンピュータで解かせると、768 ビットを数年掛かります。量子コンピュータの場合はボトムラインの遅いコンピュータでも、今のコンピュータよりはずっと速いことになります。

ただ、どのぐらいのデバイスの数が要りますか、どのくらい基本となる量子素子が要りますかというと、これは 10 億になるのです。ここが量子コンピュータの実に難しいところです。一方で私たちのコンピュータは、中身を分ければ 10 億個くらいというオーダーの数の構成物で出来ています。だからそんなにおかしなことではないのですけれども、やはりゼロから作るといった時に、この 10 億というのが非常に大きい壁になって来ます。

そうしますと今度はまた、「量子コンピュータが出来ないと意味が無いのか?」という質問があります。そんなことありません。話は次に移りたいと思います。



スライド 22

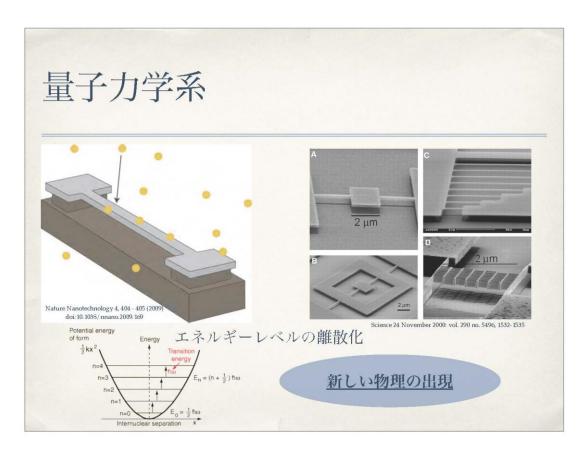
もう一つ、私たちが今見ている量子情報の世界で非常に重要なところは、量子情報に よって量子領域がこれまでになく広がってきていることです。

広がっているということがどういうことかというと、先ほども言いましたように原子のレベルというところで量子力学というのが問われ始めましたが、今はそういう領域で見ているだけとは限らないということです。もちろん原子のレベルから分子へとも考えられるのですが、なんとこれは  $3\mu$ m に及ぶ長さでそれよりも大きいわけです。へたすると目に見えそうというようなぐらいの大きさの物が、量子的に振る舞います。

これは磁束量子ビットと言われる超伝導で作った回路ですけれども、これ NTT の方からお借りしてきました。右回りと左回りの電流で、二つの量子状態が出来ています。これらの状態を実際に操ることができ、また操るだけではなくて、何とこれと今度は 10の 6 乗個もの NV センターの集まりとの間で量子一つを行ったり来たりやりとりさせることが出来ます。つまりここの間でコヒーレントという量子的な相互作用がある、つまり量子相関が成り立つ。どれぐらいの大きさかと言いますと、この回路はこのように大きい物です。もちろん、こことカップルしているのはこの辺りなのですが、十分大き

なところで、今までのÅというレベルとは全然違う非常に大きなところで、量子現象が 実際に観測されてコントロールできるようになってきている。

それはどういうことかというと、私たちが今まで目にしなかった非常に強い相互作用とか、非線形性というものを、実際に目にすることが出来るということです。これらを使って、今までは出来なかった量子の領域というものをどんどん見ていくことが出来る。

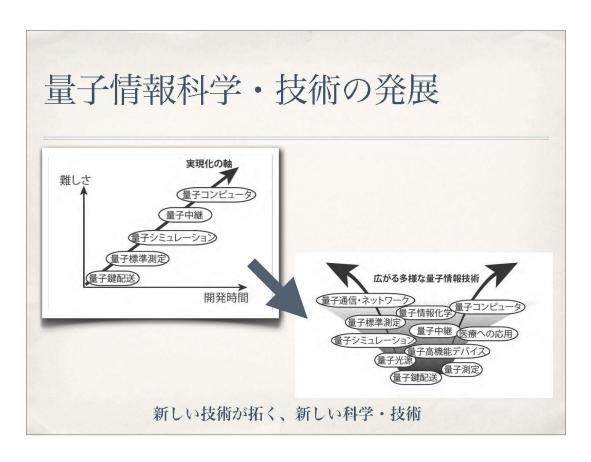


スライド 23

こういったものは他にもあります。例えば量子力学系です。

ブリッジとかドラムとかがありますが、そういう構造体を非常に小さく作ります。大体μm くらいのマイクロブリッジですけれども、この構造物が振動して、量子化します。量子化されるということは、とびとびの値を取るということで、全くもってこういうことになっているわけです。

やはり、これも同じようにフォノンです。振動子なのでフォノンと呼びますけれども、 こういった閉じこめられたフォノンの系と、フォトン、光子、光の系というのが、例え ば相互作用をするということが起こるわけです。 そうしますと、やはり今まで見えてこなかったような量子領域の物理、新しい物理が、 こういうところから生まれて来るというふうに期待されています。



スライド 24

ここでまとめますと、今までは、もうちょっとで出来そうな量子鍵配送、次に量子高精度測定、そして量子シミュレーション、それから長距離通信、量子コンピュータというふうに、段々に難しいけれどもそのうちに段階を経て発展していくという捉え方をされてきた。そしてその中で量子コンピュータというのは究極のゴールみたいに考えられてきた。けれども今のように私たちが実際に見てきている量子領域というものをよく見てみると、そういうわけではなくて実はもっとパラレルになっている。

量子情報というのは、量子物理ですからどこにでもあるわけです。どこを見ても、本来ある量子物理が成り立っているわけです。ということは、いろいろなところで様々なデバイス、いろいろな新しい物質を作ったりですとか、量子情報を使って物質をデザインしたりする、またはそれを実験に使う、それを使って今度はデバイスを作って、医療に応用するとかいろいろな技術のあり方があって、非常に広くパラレルに広がった技

術構造を持っているのではないかというふうに考えることが出来ます。

私たちは今、このように将来へ向けて、非常に大きな展望がある地点にいるのではないかと思うのです。100年後から振り返って見た時には「ああ、私たちは昔こんなこと言ってたね」みたいなことになるんだと思いますけれども、今はちょうど「わぁーっと開けてきた正に転換期、もしかしたらちょうど革命が起こっている時に居合わせているのかもしれない」と考えつつ、研究しています。

本日は、どうもありがとうございました。

### 【司会】

どうもありがとうございました。