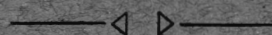


# 量子論と因果律に就て

(附 Bohr 研究所の話)

會員 仁 科 芳 雄

昭和四年十二月電氣學會雜誌 第四百九十七號掲載



I. Quantum Theory and Causality

II. Institute for Theoretical Physics (Professor Niels Bohr), University of Copenhagen, Denmark.

Reprinted from "Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan", December, 1929

By

Yoshio NISHINA, Member.

# 量子論と因果律に就て

附 Bohr 研究所の話

會員 仁 科 芳 雄

(理化學研究所)

- I. Quantum Theory and Causality
- II. Institute for Theoretical Physics (Professor Niels Bohr), University of Copenhagen, Denmark.

By Yoshio NISHINA, Member.

(Institute of Physical and Chemical Research)

(昭和四年三月十四日、中野初子先生)  
(第五回記念講演會に於て講演)

## 内 容 提 概

I. 量子論の生ひ立ちより脱き起し、光、電子、プロトンの一見相矛盾せる波動、粒子なる二重性を述べ、之れは吾々が、從來の物理的概念、用語を捨て得ざる以上、吾々の實驗結果を最も簡単に表現するものとして、到底避くべからざるものなる事を示し、茲に光、電子、プロトンは、此の兩面を具備せる實在なる事、舊物理學に比類なきを明にした。此の因つて來る所は、量子論では、測定を行ふ主體と測定さるゝ對象との間に、無視し得ざる相互作用があり、此の兩者の間に、舊物理學の場合の様な、截然たる境界を置く事が出来ぬ爲めである。

その結果として量子論に於ては、時間、空間の位置並に、エネルギー、運動量の測定に際し、原則的不確定度の存する事を示し、如何なる測定に於ても、同時に是等を全部、限りなく正確に求むる事は不可能であつて、前二者を正確に測定するには、後二者に關する智識の正確さを犠牲とせねばならぬ事、逆に後二者の正確な値は、前二者の不正確さを以つて購はなければならぬ事を述べた。之れからして直ちに、上記の二重性は決して矛盾ではなくて a) 時間、空間の問題では、波動性が衰はれて、エネルギー、運動量と云ふ粒子性が姿を隠し b) エネルギー、運動量の問題では、時間空間の問題である波動性は見えなくなつて、粒子性が表面に現はれて來るものなる事、恰も盾の兩面を見て居るものに外ならぬ事を明にした。

此の當然の歸結として、古來物理學の信條として來た、因果律に重要な制限を生ずる事となり、a) の場合には確率を與へ得るのみで因果律は成立せず、只 b) の場合にみに之れが行はれる事を解説した。

II. 終りに附りとして、簡単に丁抹 Copenhagen の Bohr 教授の教室の話を加へた。

中野先生の記念講演會でお話申し上げますことは、私の光榮に存する所であります。只今澁澤先生より御紹介頂きました通り、私は電氣工學科を卒業しました後、段々とその専門の方を離れて参りますので、こんな機會にでも御話申し上げる事が、幾分なりとも皆様の御役に立ちますれば、

幸であると存じます。

數年前此の講演會で、長岡先生がやはり量子論のお話をせられたと聞き及びますが、今日の量子論は、その頃と餘程趣を變へて參りました。數年前の量子論は、繼ぎ接ぎの過渡期的のものでありましたが、今日のものは Galilei, Newton の古典力學と平行して、終始一貫、何等の矛盾もない、完備した一つの體系であります。否古典力學は量子力學の特別の場合として、之れに含まれて居るのであります。

茲三四年間といふものは、物理學の方では、恰度 Galilei 又は Newton が出て來た様な時代でありました。Galilei Newton によつて、古典力學が其の基礎を立てられたと同様に、數年前の L. de Broglie, Heisenberg, Schrödinger の發見に依つて、合理的の量子論がその芽を出しました。爾來 Dirac, Born, Jordan, Pauli, Bohr その他有爲の人々の力によつて、今日では、相對性原理の概念を入れない範圍では、量子論の基礎は完成せられたと思ひます。その收獲は非常に廣汎に亘りますが、その中の一つの重要な結果は、舊物理學の信條として居りました、因果律に及ばず影響であります。それに就いて今晚お話し仕様と存じます。その内容は、主として Bohr の次の論文に依る事と致します。

N. Bohr: The Quantum Postulate and the Recent Development of Atomic Theory.  
Nature Vol. 121, p. 580, 1928

Das Quantenpostulat und die neuere Entwicklung der Atomistik. Naturwissenschaften 16. Jahrg. S. 245, 1923.

尙ほ係りのお方から、私の居りました、丁抹の Prof. Bohr の Institute の話をせよとの仰せでした。此の Institute は、量子論發達の歴史には、離すべからざるものでありますが、本題とは全く意味の異つたものですから、附りとして、時間がありましたら、簡単に申し上げます。

只今濫澤先生から、よく解る様に話をせよ、との御命令でありましたが、一體或る新しい事が解るといふ事に、二つの要素があります。その一つは、吾々の前以て知つて居る事と、問題の事柄との間に analogy を見出し、知つて居る事柄から推斷して、新しい事が解つたと思ふ事で、他の一つは、その新しい事柄それ自身の中に、論理的矛盾の無い事であります。例令豫知の事柄との間の analogy は不完全であつても、新しい事柄それ自身の内部に於て、終始一貫して矛盾がなければ、その事柄は、一つの獨立した體系として存在するわけであります。勿論此の時は analogy が不完全な爲めに、普通の言葉の意味での『解つた』と云へません。然しそれは習慣の問題で、一旦此の新しい事實の存在を認め、新しい智識として取り入れ、これに慣れると自ら解つた様に感ぜられるものであります。

所で量子論は、今迄吾々の慣れてゐる Galilei, Newton 以來の古典物理學には analogy を求め様としても、全然無いのであります。第一古典物理學に用ゐた概念、例へば時間、空間、エネルギー、運動量に、制限を置くのが量子論で、而かも此れ等の舊概念を離れては、吾人の實驗結果を簡単に云ひ表はす事が出来ない。だから量子論でも矢張今迄吾々の慣れてゐる舊概念を借りて使ふのですが、その際これに制限を加へる必要がある。こんな譯で量子論で取り扱ふ事柄は、古典物理學には類例がありません。此點は相對性原理の概念が舊物理學に類例を見出せなかつた以上の程度であります。そこで吾人の信條として進むのは、前述の第二の場合、即ち取扱ふ事柄の間に、論理的矛盾の無いと云ふ事です。従つて、私の申上げ方の悪いのは別として、量子論の事は萬事がピンと頭に来る様に、普通の意味での『お解り』にはならないのが當然だと思ひます。只何故『お解り』ならないかと云ふ事が、はつきりお解りになる様に出来れば、それで此の話を目的は達せられたのであります。

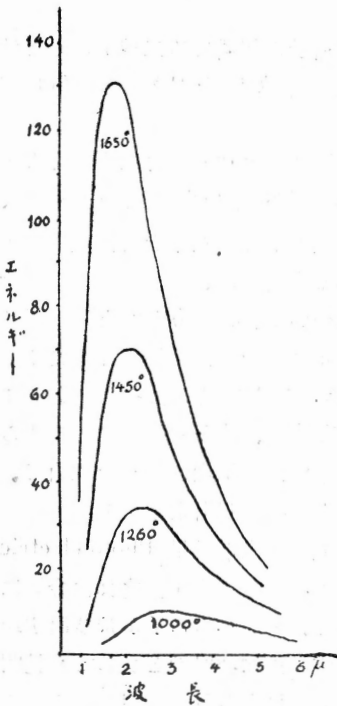
量子論は、問題となる一周期の action が小さくて、その値が Planck の常數  $h$  と同程度で

ある範囲に於て行はれる物理學であります。但し一周期の action とは、簡単に申して見ますれば、例へばそれが周期的運動をする體系としますと、その有するエネルギーに、一周期の時間を掛けた量であります。これが小さい場合は、質量の小さい時、例へば個々の分子、原子、電子等の間の現象、並に是等と光との相互作用等の場合行はれるもので、是等に對しては、從來吾々の取扱つてゐた古典物理學は用をなませぬ。

今先づ量子論の歴史的發達から始めて見ませう。

前世紀の後半に於ては、古典力學及び Maxwell の電磁力學は、至る所その收獲を擧げ、當時の物理學者の多くは、宇宙の現象は凡て是れにより説明し盡さるるものと考へて居りました。所が前世紀の終りに近づくに従つて、舊物理學の力では到底説明し得られない新事實が、段々と發見せられて來ました。其の中の一つは次に述べる事實で、之れが今日の量子論の直接の端緒を開いたものであります。

其の頃 black-body radiation, 即ち所謂黒體の溫度を高めて、之れから出て來る光の成分を調べる事が流行しました。その結果は第一圖に示す通りで、之れは色々の溫度に於て、黒體の出す光の、各波長に對するエネルギー分布を示すものであります。是等の曲線で、溫度の高くて波長の長い部分、及び溫度の低くて波長の短い部分は、舊物理學の力によつて説明出來ましたが、曲線全體を説明する事は全く不可能でありました。



第一圖

之れを説明したのが Planck で、それには今迄考へも付かなかつた、光のエネルギーの不連続的 Quantum 存在の新しい概念を使つたのであります。之れが量子論の紀元で、恰度 1900 年でありました。切りの好い年代に量子論は生れたものです。

此の Planck の考へを極簡単に述べて見ますと、黒體を形成するものは、電氣を帯びた小さい粒子で、それが平衡の位置を中心として、單弦運動をします。その振幅は溫度に従つて變り、その運動の爲めに光を出すと考へます。此の時光の單位時間の振動數は、舊物理の與へる通りに、粒子の單弦運動の單位時間の振動數と一致しますが、光のエネルギーは、舊物理學の様に不斷的でなく、間歇的に出入する。つまり粒子は切れ切れのエネルギーを、輻射したり又は吸収したりする。此場合出入するエネルギー  $E$  と、その光の單位時間の振動數  $\nu$  との間には、次の關係があるとしたのであります。

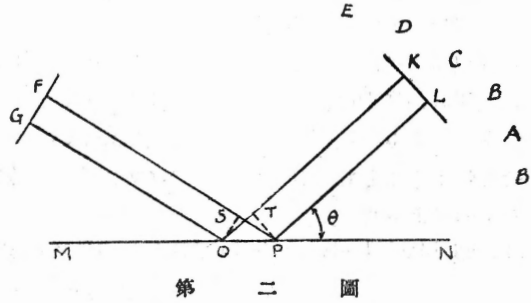
$$E = h\nu \dots\dots\dots(1)$$

之れに依つて第一圖の曲線が、全體に亘つて完全に説明し盡され、茲に量子論はその源を發したのであります。

此の假説は舊物理學より見れば、全く脱軌的の新しい考へで、Einstein は其の歸結を更に具體的に明瞭にしました。即ち光のエネルギーは、從來考へた様に時間空間的に continuous のものではなくて、窮極の分割し得ない量が一塊として存在することは、恰度電氣の窮極の量に、電子なるものがあるのと同様であると云ふ考へに到達し、之れを光電効果 (Photo-electric effect) に應用して、光と云ふものの本性に就ての基礎概念に、大きな變化を與へました。

元々光の本性に就いては、古くから二つの概念の變遷がありました。先づ Newton は之れを小粒子から成るものと考え、その集りが一定の速度で飛んで行くものとし、之れで物の陰影の出来る事なども説明しました。之れに對して Huygens は、光を一種の波動と考えたのであります。所が光の干渉並に廻折等の現象が発見せらるるに及んで、十九世紀の初め、遂に波動説が決定的の勝利を得て、それから量子の發見迄は、それが最後のものと考へられて居りました。

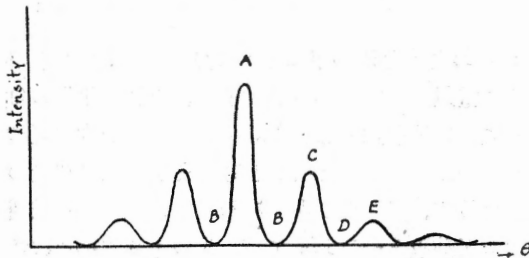
此處で一寸と、光の干渉現象を波動説で説明して見ます。今第二圖の直線 FG に直角に進む平行な光を、MN なる反射格子に當てて干渉を起させる場合を考へます。今或る方向例へば直線 KL に直角の方向に出て行く光を取つて見ます。此時の光の



第二圖

道は、互に平行な GOK, FPL で表はされます。但し O, P は格子の相隣れる二線上の點と致します。今 O を通つて FG に平行な OS, P を通つて KL に平行な PT を引きます。但し S は前二線の交點、T は後二線の交點とします。

波動説よりすれば、此の光は平面波で、FG, OS, PT, KL は皆 wave-front を表はす譯ですから、此各線上の點は皆各々同じ位相にあります。でありますから PS と OT との道程の差が、此の光の波長の半分の偶數倍である様な方向 OK, PL では、此反射せられた平面波は重疊により相強めて、その振幅は反射前の二倍となり、それが奇數倍である方向では、相弱めて、重疊せられた波の振幅は零となります。それで格子で反射せられた光について、其の方向  $\theta$  とその強さ



第三圖

との關係を示せば第三圖の様になります。但し  $\theta$  は PN と PL との間の角であります。之れは實驗で、此理論通りに證明せられました。之れが粒子説の倒れた理由で、波動説でなくては説明出来ません。

所が茲に上述の光電効果(Photo-electric effect) と云ふのがあります。之れは金屬に光を當てると、それから電子が飛び出す現象

で、それだけならば舊物理學で期待されない事ありません。所が舊物理學でどうしても説明の付かないのは、その際出る電子の速度は、光の強さには無關係で、只その單位時間の振動數に依つてのみ左右せらるると云ふ事實であります。若し光の波動説を正しいとすれば、金屬内の電子は、光の電磁場のために振動させられて、これからエネルギーを受ける。その受けるエネルギーは、之れに當る光の振幅、従つてその強さで定まる。そして或るエネルギー以上を受けると、電子は金屬原子の電場の羈絆を脱して、表面から飛び出すと考へるべきであります。若し左様だとすれば、出て来る電子のエネルギー従つてその速度は、これに當る光の強さを増せば、増すべきであるが、事實は之れに反し、光の強さを増せば出る電子の數は増すが、その速度には變りはなく、速度は只光の單位時間の振動數を増す事に依つてのみ増されると云ふのであります。

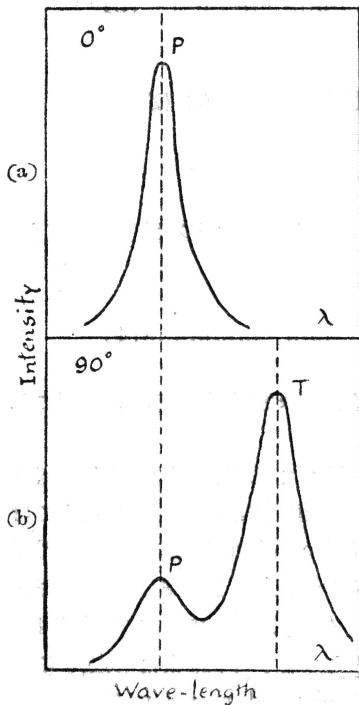
そこで Einstein は Planck の考へを更に具象化して、光は波動ではなく、エネルギーの一塊となつた微粒子であるといふ説を立てました。そして微粒子のエネルギー E と光の單位時間の振動數  $\nu$  とは、前の Planck の (1) 式に依つて結ばれると云ふのであります。之れが光量子説

(Lichtquantentheorie, light-quantum theory) と呼ばれます。此説に依れば光電効果は、た易く説明出来ます。即ち此エネルギーの微粒子が、金属の電子に衝突し、恰度玉突の球の様に電子を飛び出させ、自分は消えて無くなると考へます。此際若し金属内での電子の速度を零と假定し、又金属から電子を取り出すに要する仕事を無視する時は、飛び出す電子のエネルギー  $E$  及び運動量  $P$  は、その不滅の法則からして、光の粒子のエネルギー及運動量と、同じでなければなりません、即

$$\left. \begin{aligned} E &= h\nu \\ P &= h\sigma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

但し  $\sigma = \frac{n}{\lambda}$ ,  $n$  は光の進行方向を表はす単位ベクトル、 $\lambda$  はその波長であります。それで光の強さは、粒子の数に比例すると考へますから、強い光を當るといふ事は、多くの粒子をぶつける事になり、従つて飛び出す電子の数は増します。然し(2)式で示す通り、速度は光の波長が一定なる限り變りません。此の(2)式は實驗で完全に確證せられました。此光の微粒子を光量子 (Lichtquanten, light-quantum) と云ひ、又 Electron, Proton に対して、Photon (光子) とも呼ばれます。之れは或る意味で、光の粒子説が又復活したと見るべきであります。之れが 1905 年で、それ以來、最近量子論の意義が明になる迄、光は『波動』なりや『光量子』なりやの議論が絶えなかつたのであります。上式(2)の  $E$  及び  $P$  は、光量子の有つエネルギー及び運動量になりますから、此式は光を粒子と見た時の  $E, P$  と、これを波動と見た時の  $\nu, \sigma$  とを結ぶもので、極めて重要なものであります。

光量子論は上記の様に、光電効果は鮮に説明し得ますが、光の干渉の説明に對しては全く無力であります。何となれば、若し光が微粒子だとすれば、第三圖に於て、何故 A, C, E などの位置



第四圖

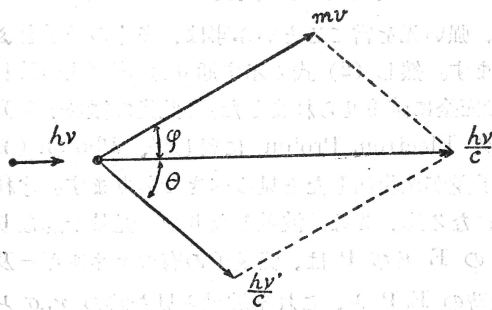
に非常に多く来て、B, D 等の位置には殆ど來ないか説明は付きません。一體に干渉といふ現象を起させるには、第二圖の例で云へば、格子の廣い面積が、必要缺く可からざるものであると云ふのが、實驗上の事實であります。之れは波動説より見れば當然さうである可き事で、廣い表面上に存在する凡ての電子が、互に協力しなくては、波をある一つの方向に強く又は弱くする譯には参りません。然し若し光が微粒子であるならば、それは表面上の衝突する一點の周りの、極めて小さい部分が、之れに作用を及ぼすだけであるから、廣い表面積の必要であると云ふ理由は全く解りません。つまり一つの光量子を或る特別の方向に向はせるのに、非常に遠方にある電子迄も、作用協力すると云ふ事は考へられない事であります。こんな譯で、干渉現象の説明には、波動説は缺く可からざるものでありまして、之れが光量子説に疑を抱かした理由であります。

然るに其後、又光量子説を強める實驗的事實が表はされて來ました。それは Compton-効果であります。これは、光を物質に當てて擴散 (scatter) せしめ、その擴散した光の波長を測定して見ると、それは方向に依つて異るといふ事實であります。之れは目に見える光では、觀測困難で、 $\gamma$ -線や X-

線で確證せられました。今その結果を概念的に、第四圖の曲線で表はします。圖の (a) は元の當てる X 線と、同方向に擴散せられた X 線を調べた結果で、P で與へられる様な一つの波長を持つて居り、それは當てる X 線の波長と一致してゐます。然るに、當てる光の方向に對して 90° の角に擴散せられたものを調べると、(b) で示す様に、元の P といふ波長の外に、T といふ長い波長のものが表はれて來ます。今吾々の問題とするのは此の T であつて、(b) に於て、元の P の残つてゐる事は、今の論點とは無關係な理由に依るのであります。

此の實驗結果は、古典電磁力學では、全く説明の出來ない事でありませう。何となれば、物質が靜止して居る以上、擴散された光の波長は、之れを見る方向と無關係で、常に當てる光の波長と一致する筈であります。

所が光量子説に依れば、何の苦もなく之を説明する事が出來ます。今質量  $m_0$  なる電子が靜止



第五圖

してゐるとして、之れに  $\frac{h\nu}{c}$  なる運動量を持つた光量子が、衝突したと致します。但し  $c$  は光の速度を表します。その結果、第五圖に示す様に電子に、光の方向と  $\varphi$  なる角をして、 $mv$  なる運動量を與へたとすれば、光量子は  $\frac{h\nu'}{c}$  といふ、前と異つた運動量を以て、元の方向に對して  $\theta$  なる角をして飛んで行きます。而して電子と光量子との間の、一個一個の作用に於て、エネルギーと運動量との、不滅法則の成立

を固守致しますと、 $\theta$  の方向に擴散せられた光の振動數  $\nu'$  を與へる、次の式が出て參ります。

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos \theta)}, \dots\dots\dots(3)$$

之れから、元の光の波長と、 $\theta$  なる方向へ擴散せられた光の波長との差を求めれば

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

之れは實驗と、ピッタリ合ふのであります。又此れと同時に  $\varphi$  の方向に出て來る電子の速度も、同様にして求められます、即ち

$$v = \frac{2h\nu c(m_0c^2 + h\nu)\cos \varphi}{(m_0c^2 + h\nu)^2 + (h\nu)^2\cos^2 \varphi} \dots\dots\dots(4)$$

此の電子の存在も實驗で確證せられました。之れで、光量子説は、益々實驗的の基礎を強固にしたのであります。

所が、一方波動説に信を措く人々は、上式 (2) の  $\nu$  及び  $\sigma$  従つて  $\lambda$  なる量は、波動を離れては存在し得ない概念であつて、それを借りて使つて居る以上、窮極は波動説に立脚しなくてはならぬとし、光量子説に疑念を懷きました。而して光電効果又は Compton 効果の様な、波動説では解けない現象を説明する爲めに、光量子説の特有とする、個々の現象に於ける、エネルギー及び運動量の不滅法則を否定しました。即ち光と電子との間の、個々の elementary act には、之れが成立しなくて、只その多くの集合の平均を取れば、全體としては、不滅法則が成立する様になつて居るとしたのであります。吾々の觀測する多くの現象は elementary act の多くのものの統計的結果でありますから、之れで論理的の困難だけは切り抜ける事が出來ました。之れが

Bohr-Kramers-Slater の説でありました。一方光量子説を信ずる Einstein は、飽く迄も波動説に疑を懐きその信條とする、重疊原理の成立を否定し、これを證明し得る様な實驗を提案致しました。

然し是等の努力は皆水泡に歸し、此の兩方の疑惑は孰れも共に、根據のない事が、實驗で確證せられたのであります。その詳細は只今申述べませんが、前者は Geiger-Bothe 並に Compton-Simon の實驗、後者は Rupp の實驗に依り、直明に解決せられました。尤も此の兩方の主唱者共、既に之れ等の實驗結果の出る前に、早くその説の誤つてゐる事を、自ら覺つて居りました。

その結果として、吾人は此の相容れぬ様に見える、波動と粒子との兩性質を光に承認する事を餘義なくせられた譯であります。即ち或る種の實驗では、波動説が完全に成立し、他では光量子説が、間然なく行はれると云ふ事に、最早疑ふ餘地は無くなりました。茲に注意すべき大切な事は、前者の行はれる場合は、常に光の時間、空間に於ける傳播に關する問題で、後者は、そのエネルギー及び運動量が問題となる場合のみである事で、此間に截然たる境界が存在して居るのであります。

昨年此の講演會で、清水教授は『電子論の變遷』と題して、電子が光と同様の性質を有つてゐる事を述べられました。此の電子と光との形式的 parallelism は、餘程よく行はれて居りまして、一方に存在する或る性質は、之れに相應して他方に存在して居ります。光に Maxwell の電磁方程式があれば、電子には Broglie-波に對する方程式があります。但し此の parallelism は只形式的のもので、その根底に於ては、光と電子とは非常な相違がある事を忘れてはなりません。それは別として、上述の、光に於ける一見相容れぬ二重性は、矢張り電子も之れを持つて居ります。電子が粒子の性質を有してゐる事は、その發見以來の歴史に於て明であります。所が Davison-Germer は、電子にも干涉現象のあるといふ事を確證致しました。従つて電子も重疊し得るもの、即波動の性質を持つて居る事が明となつて、上述の二重性の parallelism は完全に存在し、粒子としては、エネルギー  $E$  と運動量  $P$  とを有し、波動としては、振動數  $\nu$  と波動數  $\sigma$  とを具へて居り、その兩者は、前述の (2) 式で結ばれてゐると云ふ事が實證せられました。之れは勿論 Proton に就いても同様であります。

之れは何を意味するかと申しますと、吾々が古典物理學で使ひ慣れた時間、空間、エネルギー、運動量等の定義、概念を、その儘用ゐる時は、光並に物質の窮極たる電子、プロトンといふものは、此の二つの一見相矛盾する様な性質を有つて居るものが、その本體であると承認するより外はないと云ふ事を、實驗結果が吾々に教へるのであります。前にも申した通り、之れ等の概念が、吾々の實驗結果を、簡単に云ひ表はすに、缺く可からざるものでありますから、これは免る可からざる當然の歸結と云はなければなりません。此の結果が明に (2) 式で表はされて居ります。即ち  $E$  及び  $P$  と云ふ粒子に屬する量が、 $\nu$  及び  $\sigma$  と云ふ波動に特有の量と結び付けられ、そして此兩方が同一の實在物の表現であると云ふ、舊物理學には全く例のない結果に到達したのであります。然し最近の合理的量子論發達の結果よりして、此の從來例のない事實をよく點檢して見ると、相容れぬ矛盾と云ふものは、其間に決して無くて、一方が表はれて居る時は他方はその姿を隠し、既述の様に截然たる境界があり、而して此の兩方が相補して、完全な一つの體系を形成してゐて、此の體系が舊物理學を、その極限の特別場合として含んでゐると云ふ事が解りました。それと同時に Laplace 以來、物理學の信條として居つた、因果律に重大な制限を加へなくてはならぬ様になりました。

之れ等の説明を致します前に、先づ一言因果律といふ事をお話致します。古典物理學では、此宇宙の總ての現象は、その initial condition が正確に解つて居れば、其の後の事柄は、凡て前



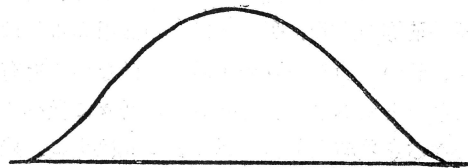
から確實に豫知し得て、萬事はその豫定せられた道を辿つて行くものであると考へました。例へば今茲に一つの球があるとして、ある時刻に於て、其の位置と速度及びエネルギーが確實に與へられると、=ウツンの力學の手だてに依つて、其の後の球の状態は、残る所なく、適確に豫言し得るといふのであります。即ち原因により、結果が一義的に總て決るといふ determinism の考へであります。舊物理學の目的とした所は、總ての現象を、出来るだけ少い假説で、因果的に説明し盡すといふので、古來此の旗幟の下に進んだ譯であります。勿論或る場合には initial condition が正確に知れない爲めに、後の事を因果的に定められなくて、只ある確率だけを與へ得た場合もありました。例へば氣體運動論に於て、氣體の分子を球と見て、その運動を考へた場合、或る瞬間に於ける、總ての球の状態が個々に知れない爲めに、その氣體全體として、或る状態に在る確率が、幾干であるかと云ふ事を計算した譯です。然し此場合、或る時刻に於ける状態が、全部完全に知れぬと云ふ事は、實驗法の不完全に起因する事で、若し實驗を進めて、正確にしさへすれば、どの様にでも正確に、或る瞬間の氣體分子の全部の状態が知れ、従つて因果的に、その後の事も確實に豫言出来るものと考へたものであります。

所が量子論の方では、後述の通りに、如何に實驗装置を改良致しましても、ある瞬間に於ける initial condition を、位置、エネルギー、並に運動量と全部知る事は、原則として不可能であると云ふ事になります。従つて場合に依つて、因果律の行はれないのは當然の事であります。以下之れ等の結果の出て来る所を示します。

前述の通り、吾々は光、電子及びプロトンには、二重性のある事を承認しなくてはなりません。即ち (2) 式で示す通り、エネルギー E 運動量 P を持つ粒子は、同時に、振動数  $\nu$  と波動数  $\sigma$  とを持つた單調和波 (Simple harmonic wave) でありまして、之れは次の式で表はす事が出来ます。

$$A \cos 2\pi(\nu t - \sigma_x x - \sigma_y y - \sigma_z z + \delta)$$

但し A は振幅を  $\delta$  は最初の位相を表はすもので、共に常數であり、 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  は夫れ夫れ、 $\sigma$  の  $x, y, z$  方向の成分であります。こんな調和波は、時間空間に無限の擴がりを持つたもので、吾人の觀則を超越し、従つて時間、空間の實在の問題を離れたものであります。吾々の實際觀測する波は、時間空間に有限の擴がりを持つた、第六圖に示す様なもので、恰度御存じの、送電線の理論などに出て来る、弧立した進行波がその一つの例であります。これで初めて、吾々の取扱ふ終始ある時間空間の問題となる譯であります。



第 六 圖

然らば、こんな弧立した波動堆 (wave-packet) に相應する粒子は、どんなものかと云ふ事を調べて見ます。それには先づ、こんな波動堆の性質を申述べます。弧立した波動堆は、上述の様な、色々異つた  $\nu, \sigma, A, \delta$  を持つた、澤山の單調和波を重疊する事に依つて、形成せられるものであります。そしてそれは波動堆全體としての、一つの速度を有つて居ります、之れは群速度 (group velocity) と呼ばれ、 $\frac{d\nu}{d\sigma}$  で與へられるもので、單調和波の位相速度 (phase velocity)  $\frac{\nu}{\sigma}$  とは全く別物であります。所で L. de Broglie が示した通りに、(2) 式を用れば、相對性原理の助けに依つて、此波の群速度が、吾々の觀測する、粒子の速度である事を證明する事が出来ます。即ち群速度  $v$  を以て動いて居る波動堆は、取りも直さず、速度  $v$  で動いてゐる粒子であると云ふ事になります。それでは此波動堆に相當する粒子のエネルギー及び運動量はど

んなものであるかを調べて見ます。

上述の様に、単調な波の集合を以て波堆を形成するには、正確に云へば、凡ての  $\nu$  及び  $\sigma$  を持った、無限に澤山のものを重疊する必要があります。今それ等の  $\nu$  及び  $\sigma$  の、互の差の平均値を  $\Delta\nu$ ,  $\Delta\sigma_x$ ,  $\Delta\sigma_y$ ,  $\Delta\sigma_z$  とし、波動堆の  $x, y, z$  の方向の擴がりを、夫れ夫れ  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  とし、此波動堆が、ある一つの直線を通り越すに要する時間の平均を  $\Delta t$  と致しますと、光學でよく知られて居る通り、大畧次の式が成立致します

$$\Delta t \Delta \nu = \Delta x \Delta \sigma_x = \Delta y \Delta \sigma_y = \Delta z \Delta \sigma_z = 1$$

但し此値は波動堆の形によつて色々變化しますが、大體 1 といふのは最も小さい値であります。之れに (2) 式の關係を入れますと

$$\Delta t \Delta E = \Delta x \Delta P_x = \Delta y \Delta P_y = \Delta z \Delta P_z = h \dots \dots \dots (5)$$

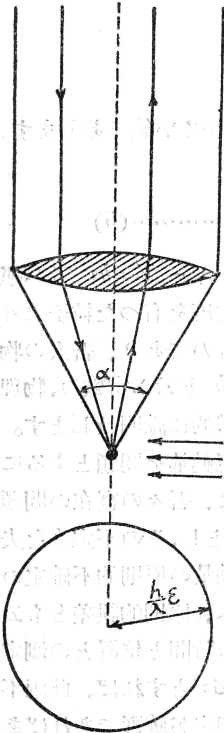
即ち  $\Delta t$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  と云ふ、時間空間の擴がりを持つた波動堆は、エネルギー  $E = h\nu$  及び運動量  $P = h\sigma$  に、此 (5) 式で與へる様な、 $\Delta E$ ,  $\Delta P_x$ ,  $\Delta P_y$ ,  $\Delta P_z$  と云ふ不定度を有つた粒子に外ならないのであります。之れは至極大切の式で、量子論の神髓を表はしたものであり、吾人の物理學的且つ哲學的概念に大きな影響を及ぼしたものであります。又此式が  $h$  と云ふ常數の、物理的意義を最も簡單に表はしたものであります。それで此式の意味を尙ほ具體的に説明致します。

今光量子、電子又はプロトンの或る時刻に於ける位置、エネルギー及び運動量を問題とするには、先づ之れ等を測きする必要があります。何となれば測定し得ないものは、吾々の實在の問題を離れます。今エネルギー  $E$  及び運動量  $P$  を、或る方法により測定したと、その不定度を夫れ夫れ  $\Delta E$ ,  $\Delta P_x$ ,  $\Delta P_y$ ,  $\Delta P_z$  と致します。その意味は、エネルギー及び運動量の原則的不確定の量であつて、如何なる方法に依つても、之れ以上の確定さを得られぬと云ふ、原則的誤差とも云ふべきものであります。今此の測定と同時に、此の  $E$  及び  $P$  を有つてゐる時間と位置との測定を行つたとします。そして此の方の原則的不定度を夫れ夫れ  $\Delta t$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  とすれば、此兩不定度の積が、 $h$  の程度のもとなると云ふ意味であります。即ち  $E, P$  の測定が確實であればある程、それに相應する時間及び位置に関する、吾々の智識は不確實になる譯で、一方の正確さは、他方の正確さを犠牲とする事のみに依つて、購ひ得るものであります。之れは上式の出し方で明な通り、又後に示す實例でも見る通り、測定装置の完全、不完全とは全く無關係で、原則として、吾々の測定なるものの精確さに、絶對の制限のあると云ふ事を示すもので、その因つて來る所は、下記で明な通り、光、電子、プロトンが、粒子と云ふ性質を有つ他面に、又波動と云ふ性質を持つて居る爲めであります。

以上は粒子と云ふ性質、即ち  $E, P$  が、波動と云ふ性質の爲めに受けた制限であります。同様に、波と云ふ性質も、粒子と云ふ性質の爲めに、制限を受けないでは濟みません。即ち前述の波動堆も古典物理學にあるものとは異つてゐます。例へばこんな波動堆は時間が経つに従つて、次第に空間的の擴がりが増加し、充分長時間の後には、塊でなく平いものとなつて了ふべきものと云ふのが、古典物理學の教へる所であります。然しそんな長時間の後でも、測定して見ると、矢張り一塊の電氣を帯びた電子、又は一定のエネルギー、運動量を有つた光量子を、見出す事が出來ます。これが即ち波動性が粒子性より受ける制限の現はれで、舊物理學の波動と異なる所以であります。

今一つの具體的な例に就いて、吾々の行ふ測定なるものを吟味し、果して上式 (5) の結果が行はれてゐるかを調べる時は、此の式の因て來る所以、並に量子論に於ける測定なるものの意義が判明する事と思ひます。

今電子の位置を顕微鏡で測定すると云ふ實驗を考へて見ます。勿論之には特別の顕微鏡が必要であります。第一に用ゐる光の波長は非常に短いもの、即ち  $\gamma$ -線を使ふ必要があります。従つてレンズも普通のものには役に立たず  $\gamma$ -線を屈折させるものでなくてはなりません。即ち特に  $\gamma$ -顕微鏡とでも云ふものが必要であります。そんなものは勿論實在して居りません。然し物理学の基本原理に反しない以上は、吾々の概念上、之を用ゐて何の差支へもありません。つまり、



第七圖

Gedankenexperiment を行ふ譯です。第七圖が之れを示したので、豫め他の實驗に依り、速度  $v$  の正確に解つた電子の群が、矢で示す様に、平行に一定の方向に動いて居るとし、その中の一つのものの位置を測定するのが目的であります。

今用ゐる  $\gamma$ -線の波長を  $\lambda$  とし、顕微鏡の numerical aperture を  $\epsilon$  と致します。即ち  $\epsilon = \sin \frac{\alpha}{2}$  但し  $\alpha$  は、レンズが、その焦點に於て張る角であります。顕微鏡には resolving power と云ふものがあります。それは顕微鏡の下で、 $\Delta x$  より小さい距離にある二點は、之れを區別して見る事が出来ぬと云ふ限界距離であります。之れは光の波動性よりして、光學の理論に於て知られて居る通り

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\epsilon}$$

で與へられます。即ち波長が短い程、又  $\alpha$  の角が大きいく程  $\Delta x$  は小となり、電子の位置測定は精確になつて來ます。

所で今ある瞬間に顕微鏡が電子の位置を示した、例へば寫眞板にこれを記録したと云ふ事は、何を意味するかと申しますと、粒子の方の言葉で云へば、光子が圖の矢で示す様に上から飛んで來て、電子に衝突し跳ね返つてレンズを通り、寫眞板に達したと云ふ事であります。従つて此衝突の際には、Compton 効果を起し、光子は、急激に電子に運動量を與へて、之れを recoil せしめます。所がその與へた運動量の大きさは此  $\gamma$  光子が、同時に波動性を有つて居る爲めに、次に示す通り、ある程度以上には、正確に求める事が出来ません。 $\gamma$ -線がレンズに入る前、並に電子から反射せられて、レンズを通つた後は平面波でありますから、 $\gamma$ -光子の運動量の大きさ  $\frac{h}{\lambda}$  も、方向も、共に確實に知る事が出來ます。然しレンズの下では、屈折されて方向が變る、と云ふ事は、レンズの軸に直角の平面内の或る方向に  $+\frac{h}{\lambda}\epsilon$  と  $-\frac{h}{\lambda}\epsilon$  との間の大さの成分が、元の運動量に加はる事あります。然らば  $+\frac{h}{\lambda}\epsilon$  と  $-\frac{h}{\lambda}\epsilon$  との間如何なる値であるか、之れはレンズが、光の波と云ふ性質を利用してゐる以上、原則として知る事は出来ません。即ち  $\gamma$ -光子がレンズの下で電子に衝突する、直ぐ前と直ぐ後とは、光子の運動量には、原則として  $\frac{2h}{\lambda}\epsilon$  だけの不定度があります。それ故、用ゐる  $\gamma$ -線の波長、従つて  $\gamma$ -光子の運動量が、確實に知れて居り、又電子から反射されてレンズを通つて歸つて來た  $\gamma$ -光子の運動量も、確實に知る事が出來たとしても、光子が電子に與へた運動量には、 $\frac{2h}{\lambda}\epsilon$  だけの不定度は免れません。従つて、例令此の測定前に別の方法で電子の速度  $v$  を非常に正確に測つてあつたにしても、位置測定後のその運動量には  $\Delta p_x = \frac{2h}{\lambda}\epsilon$  だけの不定度を除く事は出来ません。即ち  $\lambda$  を小にして、 $\alpha$  を大にする程、位置測定の精確度は増しますが、それに比例して、電子の速度の方には不精確度を増す事となり  $\Delta x \Delta p_x = h$

なる (5) の式を得る事となります。之れは實驗装置を如何に改良しても、原則として免れぬ事で、 $\gamma$ -線が粒子と波動との両性を有する事に起因するものであります。

此 (5) 式を見ると、直ぐ、因果律に制限を加へなくてはならぬ事が、解ります。古典物理學では、或る時刻に於ける位置、エネルギー、運動量が、皆測定と云ふ事の影響を被る事なく求められるか、又は影響せられても、その被つた影響の大きさが、確實に解つた爲め (5) 式の  $\Delta$  の付いた量は、皆零であります。従つて、或る時刻  $t$  に於ける  $x, y, z, E, P$  が、皆不定度なく求められた譯であります。夫れ故、古典力學の助けに依つて、他の時刻  $t'$  の  $x', y', z', E', P'$  は因果的に定められました。所が量子論では、(5) 式で示す通りに、光、電子等を粒子と考へますと、或る測定に依つて、 $t$  なる時刻に於ける  $x, y, z$  を正確に測定すれば、 $E$  及び  $P$  は、測定による不可知の影響の爲め不定となります。而してその後の状態は、此  $E$  及び  $P$  に左右されるものですから、之れを因果的に定める事は出来ません。云ひ換へれば initial condition は、舊物理學の様に確定して與へる事が出来ません。夫れ故、例令古典物理學が行はれたにしても、 $t'$  なる時刻の  $x', y', z', E', P'$  は正確に與へられる道理がありません。勿論  $t$  の時の  $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta E, \Delta P$  を與へればそして古典力學が行はれると假定すれば、普通の方法により、 $t'$  なる時刻に於て、 $x', y', z', E', P'$  が、或る値を取る確率をば、計算する事は出来ませんが、然し因果的には何も定まりません。此確率を合理的に計算する、數學的方法を與へたのが Schrödinger で、之れは非常な貢獻でありました。Schrödinger の所謂 Eigenfunktion の振幅の二乗は、或る體系に於て、エネルギーが與へられた時、その體系が座標空間の或る位置に来る確率を與へるものであります。Dirac 並に Jordan は更に此理論を擴めて一般に種々の確率を求める方法を與へました。夫れは兎も角、之れに依つて見る通り、粒子と考へられた光、電子等の、時間空間の問題に關する限り、因果律の成立せぬのが、(5) 式より見て當然であると云ふ事が解ります。

又光、電子等を、波動と見ましても、やはり時間空間の問題に關する以上、因果律は成立致しません。之れは、他面に粒子と云ふ性質があるに依り、既述の通り、波動が制限を受け、古典物理學の因果的の波動と異つて居る爲めであります。

然らば量子論では、因果律は何處迄も成立しないかと申しますと、左様でもないと言事が (5) 式で解ります。即ち時間、空間を離れて、エネルギー、運動量だけが問題となる場合には、完全にその不滅の法則に従ふ因果律が成立します。(5) 式で明な通り、時間、空間を問題としない以上、エネルギー及び運動量は、確實に求められます。其の實際の求め方としては、時間、空間には何の制限も置かずして、 $E, P$  を正確に定める譯であります。夫れ故、其の後も、粒子の時間、空間の位置と云ふ事は、問題とは成り得ない譯であります。只問題となるのは、エネルギーと運動量だけであります。そしてそれは確實に解つて居りますから、云はば、その方の initial condition に當るものが不定度なく定められた、一つの孤立した體系であります。従つてエネルギー、運動量不滅の法則が成立すべきであり、それに依り、此方は常に因果的に定まるのが當然であります。

之れを波動として考へる時は、一定の振動數  $\nu$  及び波動數  $\sigma$  の與へられた、一個の單調和波の場合で、此時は勿論時間空間の問題を離れる譯であります。此時、エネルギー、運動量不滅の法則に相當するものは、振動數及び波動數不滅の法則として現はれ、夫れ等は皆因果的に定まる事を示す事が出来ます。然しその詳細は茲には省略します。勿論波動の方の振動數、波動數不滅の法則より、粒子としてのエネルギー、運動量の不滅法則に移るには、どうしても (2) の式を用ゐなくてはなりません。

之れを要するに、時間空間の問題では、因果律は成立せず、時間を離れたエネルギー、運動量のみの問題では、之れが成立する。之れは (5) 式より見て當然の歸結であります。

此の見地からすると、前述の光、電子等に於ける一見相矛盾する二重性は、何等相容れぬもの

ではなくして、量子論の神髄 (5) 式に合致し、一つの物の両面を見たに過ぎぬと云ふ事も直ぐ解ります。

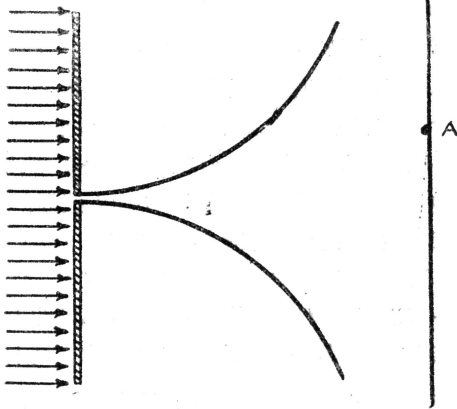
前にも述べた通り、光、電子等の粒子説の生れたのは、色々の實驗に於て、エネルギー、運動量の不滅法則が成立したからでありました。所がよく調べて見ると、そんな實驗に於ては、粒子の時間空間の問題には少しも觸れて居りません。これは (5) 式より見て當然左様あるべき事であり、それにも係らず、之れを説明するには、例へば第五圖の様に、確定せられた時刻に、確定せられた位置に於て行はれる現象と考へ、従つて他方の時間空間の傳播の問題、例へば干渉現象の如きも、エネルギー、運動量の立場より、一貫した説明を與へんとして成らず、その方を説明する波動説との矛盾を感じた譯であります。然しこんなに、兩方を同時に考へる事が、量子論の原則に反する事は、(5) 式の示す所であります。上述の通り、粒子説の行はれた實驗では、實際に於て、時間空間を離れた問題を取扱ふ場合であつたのであります。夫れ故、前述の通り、エネルギー、運動量の不滅法則が成立するのが、當然でありまして、之れと全々別の場合、即ち時間、空間の問題を取扱ふ波動説とは、少しの矛盾もない譯であります。要するに此の種の問題の特長は、時間空間を離れ、エネルギー、運動量を取扱ふ事で、此時はその不滅法則が因果的に成立し、粒子性のみ表はれて居ります。

次に他の場合、即ち波動説の行はれたのは、既述の通り、上の場合と截然たる區別がありまして、時間空間の傳播が主題となり、エネルギー、運動量は、問題から全く姿を隠すか、又は現はれても、それが不確定度のある場合でありました。それは上の (5) 式より見て、正に然るべきであります。而して時間空間の問題である以上、波動堆でこれを表はすのが當然で、即ち波動説に依るべきものであります。それにも拘らず、此考へを、確定したエネルギー、運動量のみの問題例へば光電効果又は Compton 効果にまで應用せんとした爲め、勿論之れ等の現象は説明し得ず、その方を解き得た、粒子説との、葛藤を生じた譯であります。然しこんなに兩方を同時に考へると云ふ事が、(5) の式に反する事でありまして、時間空間の問題を解く波動説は、エネルギー、運動量のみの問題を解く粒子説とは、何等矛盾のない事でありまして、要するに、此種の實驗では、エネルギー、運動量が、問題の對象になるのではなくて、時間、空間を主題とし、従つて粒子説が隠れて波動説が現はれ、そして因果律は成立しないと云ふ特長のある場合を取扱つて居る譯であります。

前に述べた通り Schrödinger の Eigenfunktion は、ある體系のエネルギーが與へられた時に、粒子が座標空間の或る位置に来る、確率を與へるものであると云ふ事は理論的根據を持つて居ります。然し Maxwell 波及び de Broglie 波が同様の確率を與へると云ふ事は、實驗的には左様なくてはならぬ譯であります。一般の理論的根據は直ぐには解りません。然し只一個の粒子の存在する時は、座標空間は、實在の三次空間と一致し、一個の光量子に對する Schrödinger の Eigenfunktion は、恰度 Maxwell 波の形となり、又一個の電子に對するものは、恰度 de Broglie 波と一致します。従つて此の場合には、之れ等の波の或る點の振幅の二乗を以て、直ちに其點に光量子又は電子の來る確率と取る事の理論的根據がある譯であります。

所で光量子間には、相互作用はなく、又電子の干渉の實驗などでは、その電子間の相互作用は無視して差支へありません。従つて之れ等の場合は、皆粒子一個の時と同等であります。夫れ故光及び電子の、干渉、廻折等に於て Maxwell 波及び de Broglie 波の振幅の大きい所では、夫れ夫れ光量子及び電子の來る確率が大きいと、結論して好い根據がある譯であります。之れは Einstein 及び Born の唱へ始めた説で、茲にその基礎が明となつた次第であります。

以上の理論を實例に就いて解説して見ます。先づ波動性の表はれた場合を示します。例へば今、正確に定つた波長及び方向を有つ光、又は電子の beam を取り、之れを第八圖の通り slit のあ



第八圖

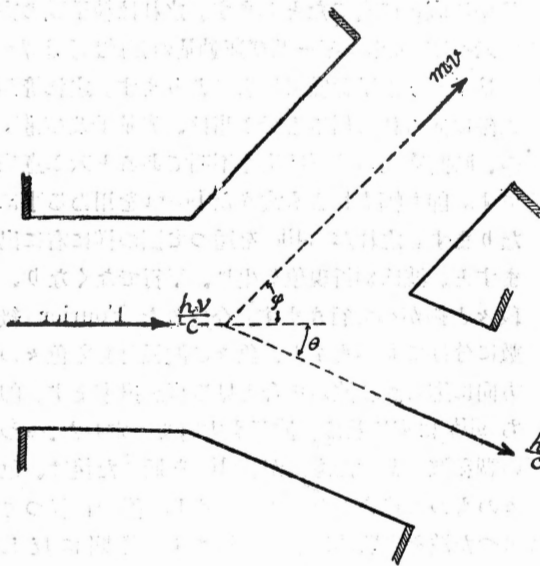
る壁に直角に當てたとします。之れは粒子説の方で云へば、エネルギー及び運動量の正確に知れた、光量子及び電子を當てる事であります。之れ等が正確に測られて居ると云ふ事は、光量子及び電子の、時間空間の位置は全く不明であると云ふ意味です。即ち幅も長さも大きな beam を用ゐる事になります。之れが slit を通つて圖の様に右に出ますと、波は廻折現象を生じ、平行でなくなり、段々と擴がつて行きます。今之れを Fourier 級數に分けて考へますと、色々の波長を有ち色々の方向に進む調和波の集合と見る事が出来ます。即ち slit に来る前は、波長も方向も一定した、一つの調和波であつたものが、slit を通つた後は、色々のものの集合となります。そして進むに従つて

波はその擴がりを増して行きます。然しその擴がつた波を實驗的に調べて見ますと豫期に反して、小さな空間例へば圖の A の様な點に一塊のエネルギー、運動量又は電荷を有つた、光量子、電子の存在を證明する事が出来ます。之れは是等の波が、他面粒子性を帯びて居る事に起因する結果であります。然し要するに此の場合は、波動性の表はれた時間空間の問題で、その波動も古典力學に依つて、因果的にその運動を求める事が出来ないと云ふ事を示すものであります。此際吾々の興へ得るのは、各位置に於て、光量子又は電子の存在を見出す確率であります。それは前述の様に、擴がつた波の振幅の二乗で表はされます。

之れを粒子説の方から考へて見ます。slit を通ると云ふ事は、或る時間に於ける粒子の位置を相當正確に測つた譯であります。従つて slit と云ふ測定器の反作用を受けます、そして其の受けたエネルギー、運動量は、粒子が他面に波動性を帯びて居る爲めに、到底正確に求める事が出来ません。否さう云ふ風な反作用を興へなければ、粒子が slit を通過した事を知る譯に行きません。従つて例令 slit に達する前のエネルギー、運動量は正確に解つて居つても slit を通つたと云ふ事を知つた瞬間に、それは免るべからべからざる不定度を有つ事となります。これが上述の波動の方で、slit 通過後色々の波長の表はれる事に當ります。此の爲めに粒子の時間、空間の位置は slit で正確に知れても、その後の事は、因果的に定める譯に行きません。只ある一點に之れが見出される確率は前記の通り求める事が出来ます。

要するに此の場合は、孰れの見地よりするも波動性が重要な役を務め、因果律は成立致しません。

次に粒子性の表はれた場合を示します。今波長と方向との正確に知れた光を電子に當てて、Compton 効果を生じせめた場合を考へます。波長と方向との正確に知れてゐるとは、第九圖に示す通り、廣く長い beam を用ゐる事を意味します。従つて此の場合 Compton 効果を生ずる電子の、時間空間の位置は全く不明であります。然し此の時次の事は、之れを因果的に豫言する事が出来ます。即ち若し電子が  $mv$  と云ふ運動量を以て、元の光の方向と  $\phi$  なる角をなして出て來れば、當然同時に、 $\theta$  なる方向に  $\frac{h\nu'}{c}$  と云ふ運動量を持つた光量子が現れると云ふ事です。此の二つは因果的に結ばれて居ります。但し  $\nu', v$  は夫れ夫れ (3), (4) で興へられるものであります。此理由は次の通りです。之れは、光の波長及び方向の確實に知れた場合でありますから、粒子説より見れば、光量子のエネルギー、運動量が、確實に求められた場合になります。



第九圖

Schrödinger Eigenfunktion 又は他の方法で求める事が出来ます。

此場合、波動説の見地より、光を Maxwell 波とし、電子を de Broglie 波として取扱ひ、之れに依つて振動数、及び波動数の不滅法則を得、そして是等波動の振幅の空間的分布を求める事が出来ます。然し之れを實驗事實の示すエネルギー、及び運動量の不滅法則とし、又波動の振幅を、一つの elementary act の起る確率を定めるものと解釋する爲めには、どうしても粒子の考へを入れなくてはなりません。

要するに此の實驗は、エネルギー、運動量と云ふ、粒子性の表はれた場合で、之れに關する事は因果的に定められました。その代り時間空間に關する事は全然不明であります。

今此の結果を舊物理學と比較して見ます。舊物理學で取扱ふ action は、皆  $h$  に比べて非常に大きい、従つて測定の際、その爲めの影響を無視し得る場合であります。それ故、量子論にあつた様な不確定度は無いものと見られ、爲めに上述の二つの場合が合して一つとなり、時間、空間、エネルギー、運動量が、同時に因果的に不確定なく定ります。つまり量子論の方程式に於て  $h=0$  と置く時は、舊物理學の方程式に移つて行く譯であります。然し此の場合に、量子論の原則たる (2) 式又は (5) 式の意義は失はれて、現象の説明は全く舊物理學の解釋に依るかと思はすと、左様ではありません。舊物理學もその基礎は量子論に置くものでありますから、何處迄も舊物理學の方程式は之れを量子物理學的見地より、解釋して行かなければなりません。例へば舊物理學で因果律の成立するのは、それが原則であるのでなく、只不定である確率が非常に小さいと云ふに過ぎません。又水素原子より出す線スペクトルに於て、舊物理學より求められる波長と、量子論より得られるものとは、量子数 (quantum number) の大きい極根では一致します。然しその光を出す事と云ふ事の解釋は、舊物理學の様に、一つの原子が同時に色々の波長の光を出すのではなくて、量子論の解釋に従つて、一つの波長の光は、一つの原子が、或る常態から他の常態に移る時出すものである。従つて色々の波長の光は、只一個の原子ではなくて、多くの原子から同時に出るものと考へるべきであります。之れは合理的量子論の出る前に量子論の指針となり、遂に合理的量子論を生む直接の基礎となつた、Bohr の Correspondence Principle に於て、最初から力説せられた所であります。

それ故時間空間の事は、何も解りませんが、エネルギー、運動量に關しては、不滅の法則が成立し、之れに依り、上述の通り事を因果的に豫知する事が出来ます。然し吾々の關知する所は、エネルギー、運動量に就いてのみでありまして、従つて recoil する電子の方向と速度、又之れと同時に擴散された光量子の方向と波長とは豫知する事が出来ますが、例へばそれ等がある位置に到達する時間と云ふ様な事は全く不明であります。又上述の通り  $\frac{h\nu'}{c}$  の光量子が  $\theta$  の方向に來れば、必ず同時に、 $mv$  の電子が  $\varphi$  の方向に出ると云ふ事は云ひ得ても、然らば、何時果して此の現象が起るか、全く知る方法はありません。只其の確率は

之れで量子論の本領を御話した積りであります。此の量子論の見解、殊に因果律の不成立と云ふ事に對して、不満足を抱く人々もあります。然し凡ての理論は實驗結果に従つて倒起するものでありますから、今日の吾々の實驗結果を承認する以上、上記の歸結に到達するのは、極めて自然な行き方だと思はれます。

次に Prof. Bohr の Institute に就いて、極簡単に申述べます。之れは Copenhagen 大學の理論物理學科の教室で、大學本部のある所から離れて建つて居ります。

Prof. Bohr は C. Christiansen に就いて、Copenhagen で勉強した後、英國の Cambridge に行き、それから Manchester の Rutherford の所へ行つて、重要な仕事をし名を挙げられました。有名な 1913 年の水素原子の説は、此處で發表されたのであります。それは最早、英國に渡る前に出來たものだとか聞きました。

Christiansen の歿後、その跡を嗣いで教授となり、今日その職に居られます。

現在の Institute の建物は Prof. Bohr を後援する實業家連の寄附に依つて 1920 年に出來上つたものであります。其の後 1925 年に、米國の International Education Board からの金で、更に一棟増築せられました。

此教室では、理論の方が盛であります。又實驗も相當に行はれて居ります。その研究の對象は量子論、光、原子、分子構造に關する問題が主であります。此教室は極めて cosmopolitan でありまして、Prof. Bohr の下の講師としては、私の行きました頃は、和蘭人の Kramers が居りましたが、其後獨逸人の Heisenberg が代り、只今では瑞典人の Klein がやつて居ります。そして世界各國から研究者が集つて参りまして、Institute で仕事をしてゐる者の大部分は、外國人が之れを占めてゐると云ふ状態でありました。殊に Prof. Bohr は、何か新しい面白い仕事を或る人がやると、直ぐ Copenhagen に呼んで、半年なり一年なり滞在させ、discussion をしてそれを益々進めて行くと云ふ事をせられます。それ故現今理論物理の方で、第一線に立つて進んでゐる、北歐の若い人達で Copenhagen で洗禮を受けなかつた人は、稀であると云ふ状であります。

又實驗の方の問題は、主として理論と直接關係の深いものが多い様であります。殊に spectroscopy の方は盛であります。それで此の Institute の實驗の長所——一方より見れば或は短所かも知れませんが——は、理論より導いて來た結果を、直ぐ實驗に掛けて見ると云ふ事でありまして、その他實驗に目當てがありまして、目くら減法にやつて大物にぶつかると云ふ様な方針ではありません。これは理論物理の實驗室たる所以だと思ひます。

此の教室から出る論文は、量も中々少くはありませんが、然しその質の勝れて居る點に於ては蓋し世界に類がないと思ひます。而して此の教室から出る論文は、Prof. Bohr 自身が充分 discussion をし穿鑿をせられ、悪い點は除き、善い點は更に深く立ち入る様にして、教授の力の入れてある事が、他よりは餘程多い様に思はれます。これが爲め、此の Institute より出る論文は、非常に重きをなして居ります。それで合理的量子論の出る前迄の、重要な理論の方の論文の源は皆 Copenhagen にあつた觀がありました。Heisenberg の合理的量子論の第一の論文を出したのは Göttingen でありましたが、然しその基礎は直接間接に此處で養つたものと云へませう。

此の Institute から出た大きな仕事としては Copenhagen の Academy から出版された、Prof. Bohr の論文（合理的量子論の出る前に、量子論、原子、分子に關する理論及び實驗を導いたもの）元素の周期律の説明、スペクトルの解説、合理的量子論の出る迄の量子論に於ける唯一の指導者であつた Correspondence Principle, Radium の發見、その他詳しく述べれば限りがありません。又合理的量子論發見後の多くの重要な論文、否合理的量子論の發見も、又發見後の發達も、その原動力は直接間接に、此教室から出た所が多いと云へます。今晚のお話も Bohr, Heisenberg の二人で、全く此の教室から出されたものであります。

兎も角、此の Institute は、Bohr の名と共に物理學史上、永久に残るものでありませう、御清聴を煩はした事を感謝致します。（終）