科 學 6 (1936), 第 5 號, 別 刷

量 子 論 に 於 け る 因 果 律

仁 科 芳 雄

1. 緒言 量子論に於て因果律は成立しないといふ事が,今日一般に云はれて居る. これは量子論に於ける現象が何等の規則にも從はない只偶發的なものであるといふのではない. そこには古典論をも包括する更に一般的な法則が存在する. 理論が左樣に一般化せられたのであるから,古典論に適用せられた因果律の形式其儘を量子論に當てはめようとして,困難に遭遇するのは不思議のない事態である. これが "量子論には因果律が成立しない" といふ事態の內容に外ならない.

そこで因果律の適用形式を理論の發展に相應する樣に一般化すると,やはり因果律は量子論に於ても成立すると云ひ得ると思ふ. かやうな因果律は,其內容に於て古典論に於けるものと異つて居る. 然し極限に於て兩者が一致した外形を有つ事は,量子論が其極限に於て古典論と一致する結果を與へる事に對應する.

2. 古典論に於ける因果律 茲に古典論といふのは, Newton の力學並に Maxwell の電磁力學を指すものであるが,今便宜の爲前者を採つて議論の對象としよう. 古典力學の因果律は其運動方程式

$$\frac{dq}{dt}=\frac{\partial H(q,p)}{\partial p},\quad \frac{dp}{dt}=-\frac{\partial H(q,p)}{\partial q} \tag{1}$$

に體現されて居る. 茲に q は一般座標, p は一般運動量, H はHamilton-函數である. これからして,ある時刻 t に於ける體系の運動狀態が與へられれば,其後の如何なる時刻 t' に於ける運動狀態も因果的に決定せられるし,エネルギー,運動量の不滅法則も出て來る. 即ち古典力學の因果律は (1) に從つて云ひ表はされるものである.

3. 量子論への擴張 (1) なる運動方程式を微視的體系に擴張したものは,量子論に於ける Schrödinger の方程式

$$i\hbar\frac{\partial\psi_E(q)}{\partial t}=H\left(q,-i\hbar\frac{\partial}{\partial q}\right)\psi_E(q) \tag{2}$$

である. 但し H は波動函數 $\psi_E(q)$ に對する演算子であつて, Hamilton 函數に於てpの代りに $-i\hbar\dfrac{\partial}{\partial q}$ と置いたものである. 從つて量子論に於ても因果律を保存して置かうとすると,其內容は (2) に盛られたものでなくてはならぬ. (2) によれば,或る時刻 t に於て其體系の波動函數が與へられると,其後の凡ての時刻 t' に於ける波動函數が因果的に決定せられる. 然るに波動函數 $\psi_E(q)$ は確率を與へるものであつて,其體系のエネルギーが E である時,それが q と $q+dq$ といふ座標の間にある確率が $|\psi_E(q)|^2dq$ である. 從つて量子論に於ける因果律は,一般にかやうな確率分布について云ひ表はされなくてはならぬ. 即ちある時刻に於ける統計的狀態が與へられると,其後の統計的狀態が決定せられるといふのが,量子論に於ける因果律であると云つて好いであらう. そして古典論に於ける因果律が其儘量子論の箇々の現象に適用せられない事は周知の通りであつて,それは (1) が其儘量子現象に適用されない事によるものである.

前述の通り古典論は量子論に包括せられて居る. 從つて巨視的體系に量子論的因果律を適用すると,古典論的因果律を與へなくてはならぬ. それは巨視的體系といふ樣な極限に於ては,古典論で與へられる運動狀態は,量子論的に見て確率が 1 と見做されるといふ事から來るものである. 從つて茲では兩方の因果律は外形上は一致する. 然し其內容は異つて居る. 即ち一方は確率などといふ統計的の概念はなく,箇々の現象が決定的であるに反し,他方は確率的現象の特別の場合に當る. これは(1)と(2)とが量子數の大きい極限に同じ結果を與へても,其解釋は全く異なることと似た事態である. 例へば水素原子の出すスペクトルに就ては,量子數の大きい極限に於ては,古典論と量子論とは同一の結果を與へるが,其發生機構の解釋は全く異つて居る. 古典論では色々の波長の光が, 1 箇の原子から同時に放出されるものと考へるに反し,量子論では1箇の原子からは一度に一つの波長のものが出ると考へ,原子の集合が古典論に一致する結果を與へる. 即ち此場合古典論は統計的の綜合を表はすものである.

エネルギー,運動量の法則は量子論に於ても成立する. これも量子論の見地からすると,これ等の量が保存せられる確率が 1 であると解釋せられる. 尤も此場合は微視的現象の箇々の場合に於て因果的に成り立つものであつて,例へばある電子のエネルギーを測定して,それが E なる値を有つて居つたとすると,外界との交涉がない限り,次に測定して見ると必ず E なる値が出て來る. これは他のエネルギーを有つ確率が常に零であるからである.

以上は何等新しい事ではないが,量子論と古典論との關係に就いて所見を述べて見たに過ぎない.