

スピンはめぐる — 固体の中で —

2022年12月3日@仁科記念講演会

永長 直人

理化学研究所 創発物性科学研究センター
東京大学工学系研究科 物理工学専攻

新版 スピンはめぐる

成熟期の量子力学

朝永振一郎

江沢洋 注



みすず書房

物理学の発展と量子力学の発展
物理学の発展と量子力学の発展

物理学の発展と量子力学の発展

数理 科学

7
2021

スピンと物理

スピンでめぐる現代物理学

巻頭言	永島 直人
スピンとは何か	藤田 和男
スピンと統計性	高橋 洋一
素粒子物理とスピン	森谷 茂明
スピンと材料物理へ、その発展としての展望へ	
量子スピン系における「材料性に 導かれたトポロジカル性」と超伝導	岡崎 博樹
物性物理とスピン スピンの多様な顔	永島 直人
超伝導とスピン	佐藤 昌利
スピンと磁性現象	川村 光
スピンとスピン、スピンガラス	
スピン流とスピントロンクス	吉田 貴史
スピン量子情報	岡田 英治
〈巻頭〉 物性物理力学への招待 140頁	榎本 健太



サイエンス社

110-0007

●スピンと物理

スピンでめぐる現代物理学

スピンは電子などの素粒子がもつ基本的な性質の一つとして、量子力学の理解とともに見出され、物理学の発展に寄与してきました。素粒子物理のようなミクロな世界から、物性物理におけるマクロな現象まで、今日における様々な研究の中でスピンは重要な役割を担っています。本特集では、スピンの基礎・性質、数理的側面をはじめ、素粒子物理、物性物理、量子情報などの研究にスピンのどのように関わっているのか、近年注目されている興味深いトピックスも取り上げ、スピンの重要性和奥深さについて迫っていきます。

◇巻頭言

永長直人

◇スピンとは何か

藤川和男

発見からディラック方程式まで

◇スピンと統計性

風間洋一

◇素粒子物理とスピン

米谷民明

スピンから超対称性へ、その起源としての弦理論へ

◇量子スピン鎖における

田崎晴明

「対称性に守られたトポロジカル相」と指数定理

◇物性物理とスピン

永長直人

スピンの創発物性

◇超伝導とスピン

佐藤昌利

◇スピンと磁性現象

川村光

スカーミオン、スピングラス

◇スピン流とスピントロニクス

吉川貴文 齋藤英治

◇スピン量子情報

樽茶清悟

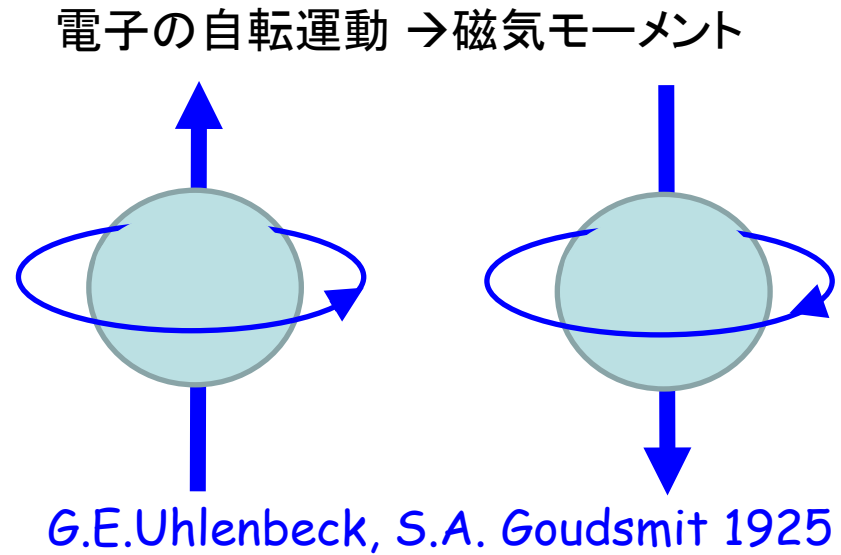
スピン波動関数と行列力学



W. Heisenberg



W. Pauli
From Wikipedia



$$\psi = \alpha\phi_+ + \beta\phi_-$$

重ね合わせの原理

ヒルベルト空間における「ベクトル」
(正確にはスピノール)

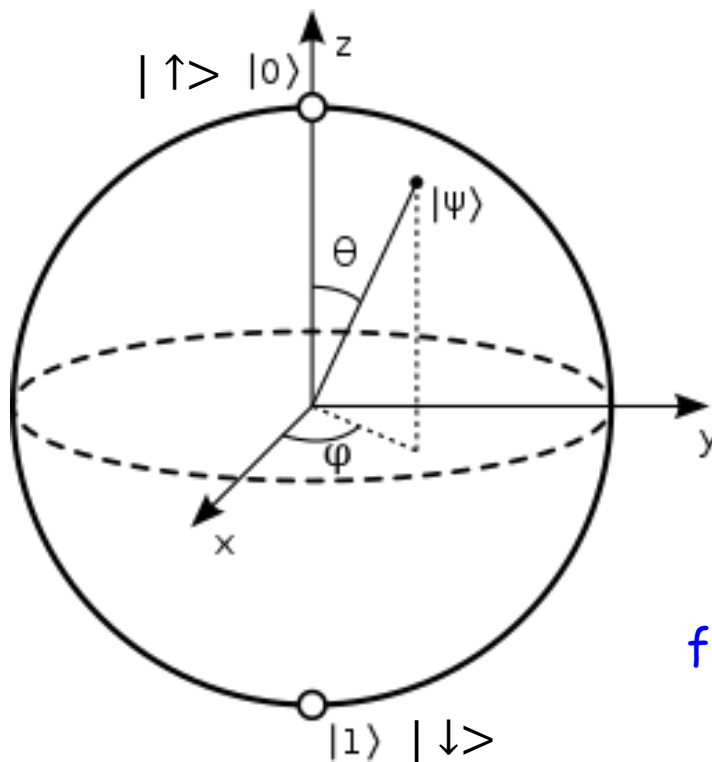
$$\phi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \phi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} : \text{スピン波動関数}$$

$$s_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$s_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$s_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

量子ビットとしてのスピン



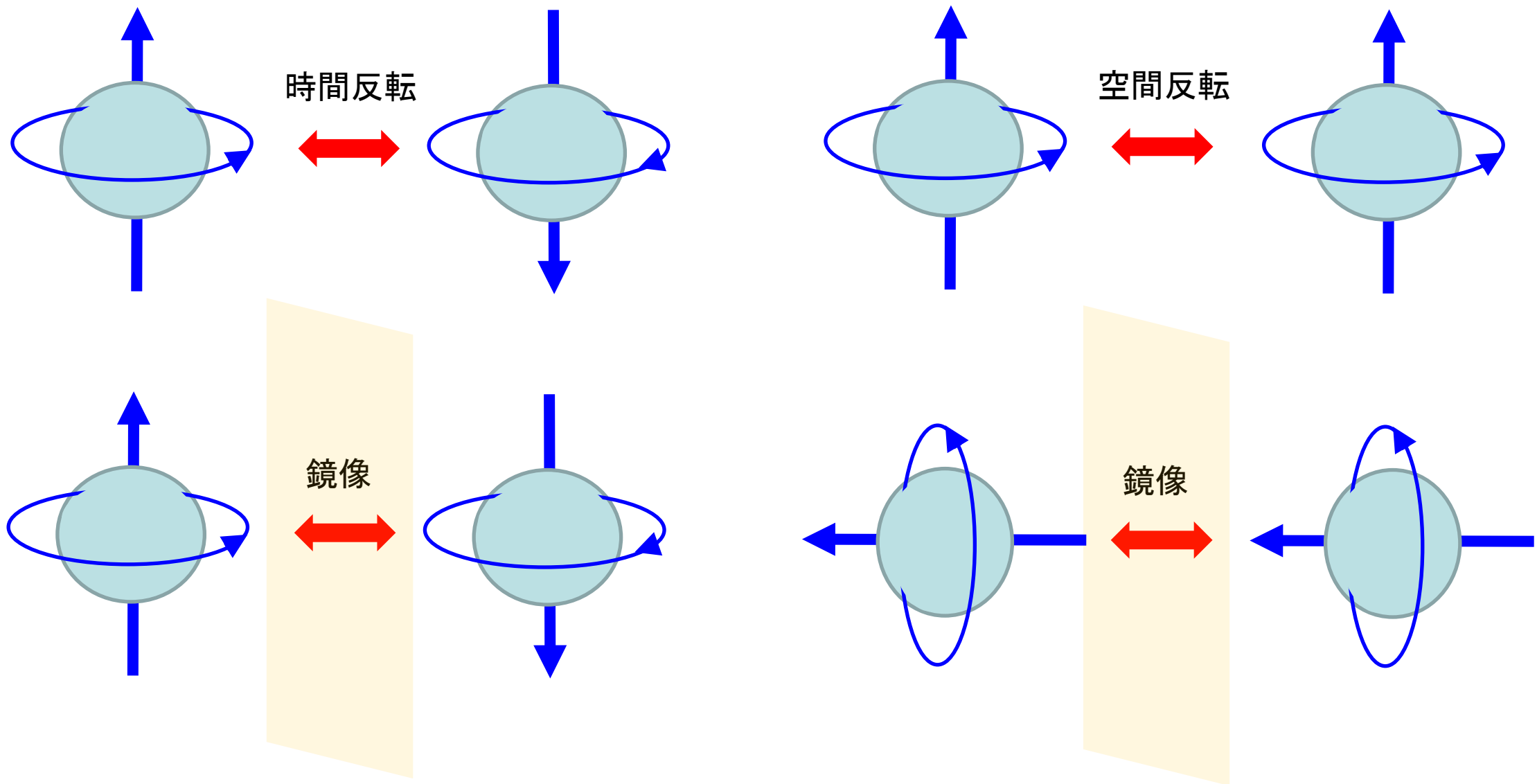
from Wikipedia

古典ビット $|0\rangle$ or $|1\rangle$

量子ビット $|\phi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ 重ね合わせの原理

$$|\psi\rangle = e^{i\alpha} \left[\cos \frac{\theta}{2} |\uparrow\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |\downarrow\rangle \right]$$

スピンと対称操作

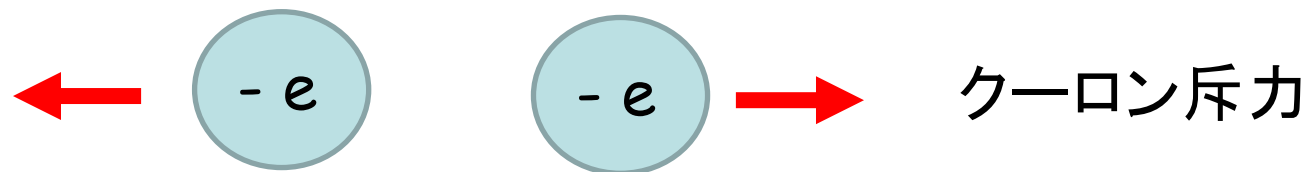


電子

・負の電荷 $-e$

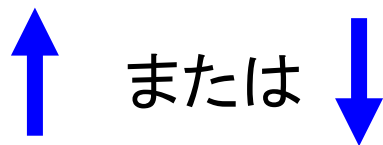
固体の電磁気学的性質を決定

電氣的、磁氣的、光學的

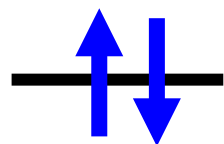
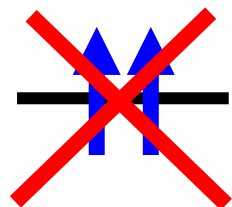


クーロン斥力

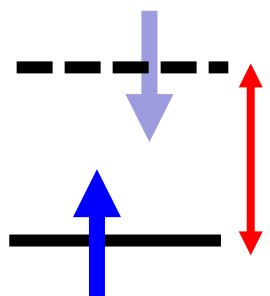
・スピン $S=1/2$



・フェルミオン
パウリの排他律



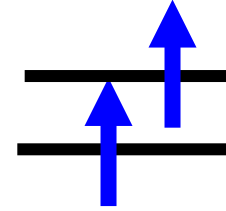
スピンー重項 磁気モーメントの消失



U クーロン斥力による磁気モーメントの復活

フント則

1. 最大のスピン角運動量 S パウリの原理と斥力より

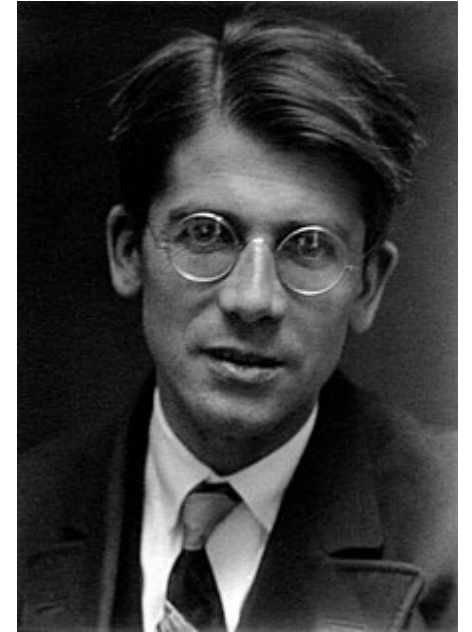


2. 最大の軌道角運動量 L 下図

3. スピン軌道相互作用により全角運動量 J

$J = |S - L|$ n : less than half

$S + L$ n : larger than half 次のページ



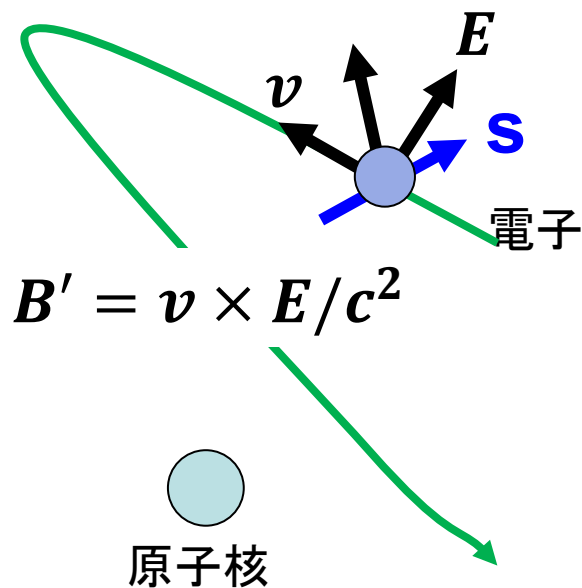
Friedrich Hund
from Wikipedia



同じ方向で走っているとぶつからない

Kentaro Iemoto from Tokyo, Japan - Masato Yokota,
CC 表示-継承 2.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=23414401>による

相対論的効果 スピン軌道相互作用



運動している電子の座標系から見ると
ローレンツ変換によって電場から

$$B' = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{E} / c^2$$

の磁場が生じ、これが電子スピンの磁気モーメントが
相互作用する

軌道角運動量

$$\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{B}' \propto \boldsymbol{s} \cdot (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{E}) \propto -\boldsymbol{s} \cdot (\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}) \propto -\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{L}$$

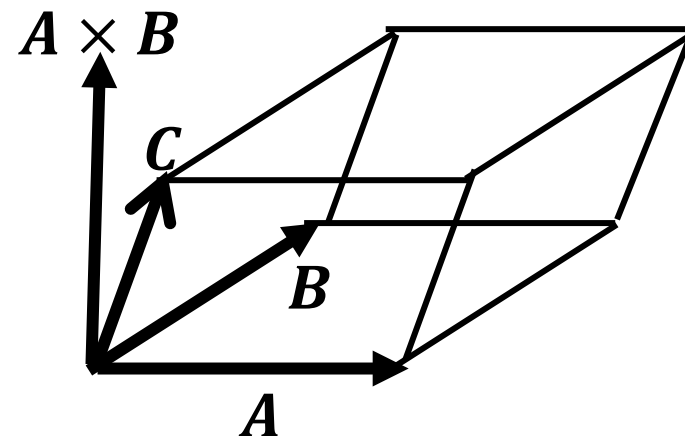
$$\boldsymbol{s} \cdot (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{E}) = \boldsymbol{E} \cdot (\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{v}) = \boldsymbol{E} \cdot \text{spin current}$$

正確には相対論的ディラック方程式より導出できる

$$H = H_0 + \frac{\hbar}{4m^2c^2} \vec{\sigma} \cdot (\text{grad } V(\vec{r}) \times \vec{p})$$

スピン軌道相互作用 3つの表現

$$A \cdot (B \times C) = B \cdot (C \times A) = C \cdot (A \times B)$$



$$E \cdot (s \times v) = E \cdot \text{spin current}$$

- ・電場によるスピン流
(異常ホール効果、(逆)スピンホール効果)
- ・スピン分裂、スピン・運動量ロッキング
- ・スピン流による電気分極(マルチフェロイック)

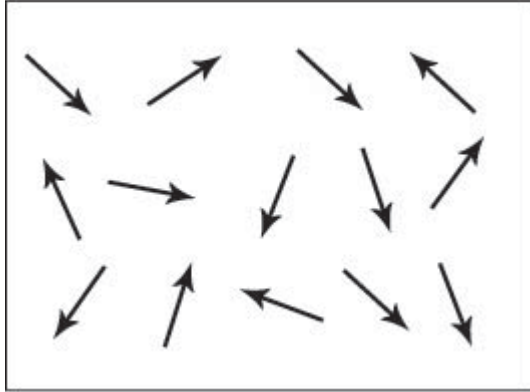
$$v \cdot (E \times s) = v \cdot \text{vector potential}$$

- ・トロイダルモーメント $T = P \times M$
による非相反輸送・光学効果

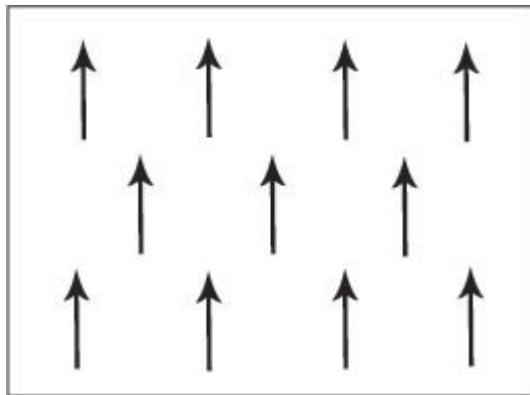
$$s \cdot (v \times E) = s \cdot \text{Zeema field}$$

- ・電流によるスピン分極 Edelstein効果
- ・スピン軌道トルク

集団現象としての磁気秩序



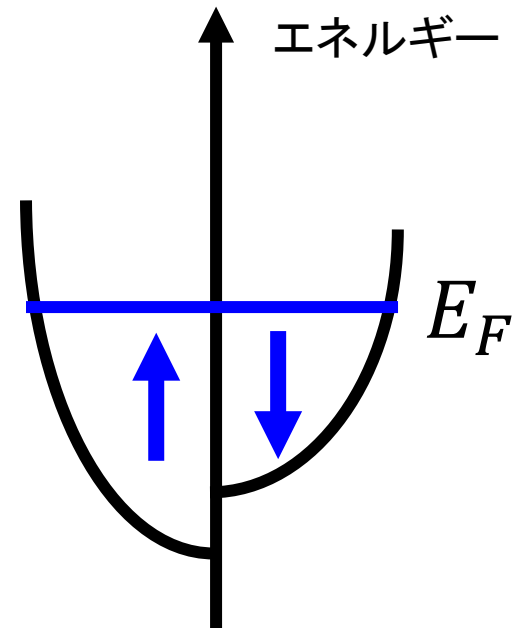
$T > T_c$ ランダムなスピンの向き



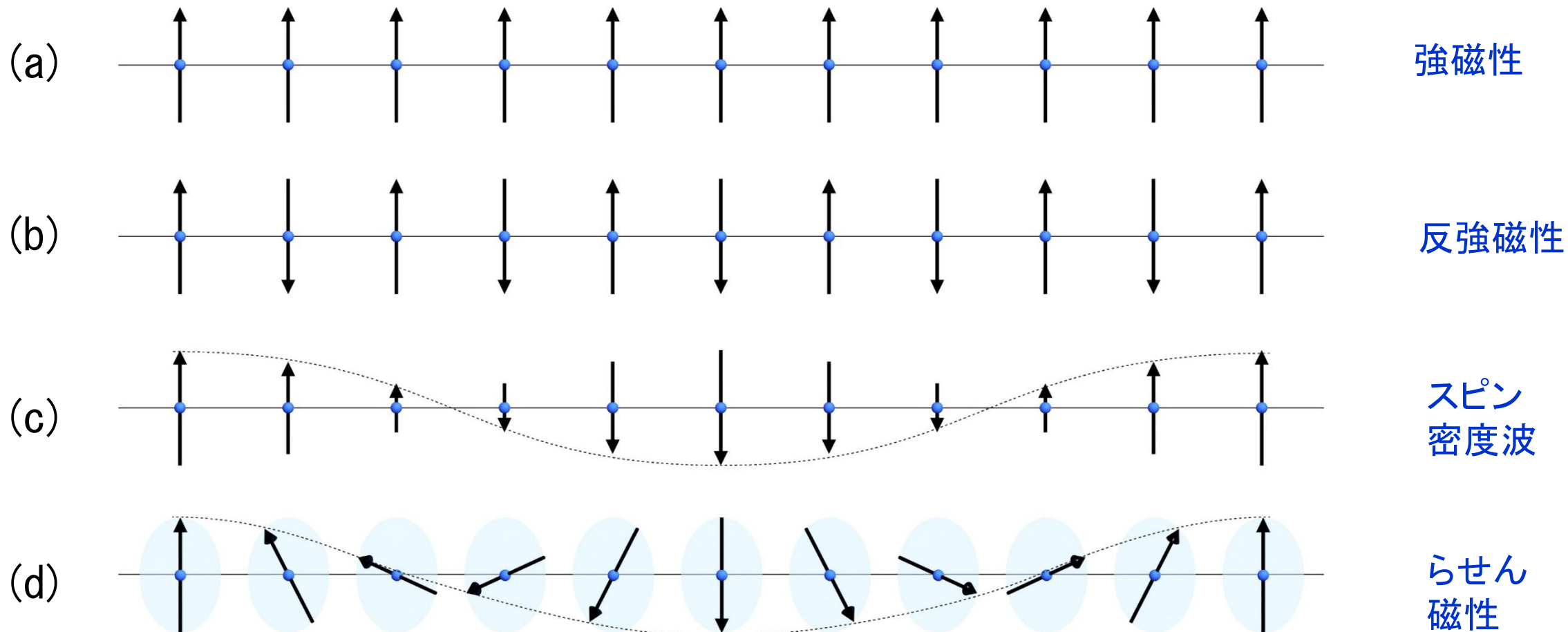
$T < T_c$ スピンの向きが揃った状態 (強磁性)

自発的対称性の破れ
南部陽一郎

創発現象

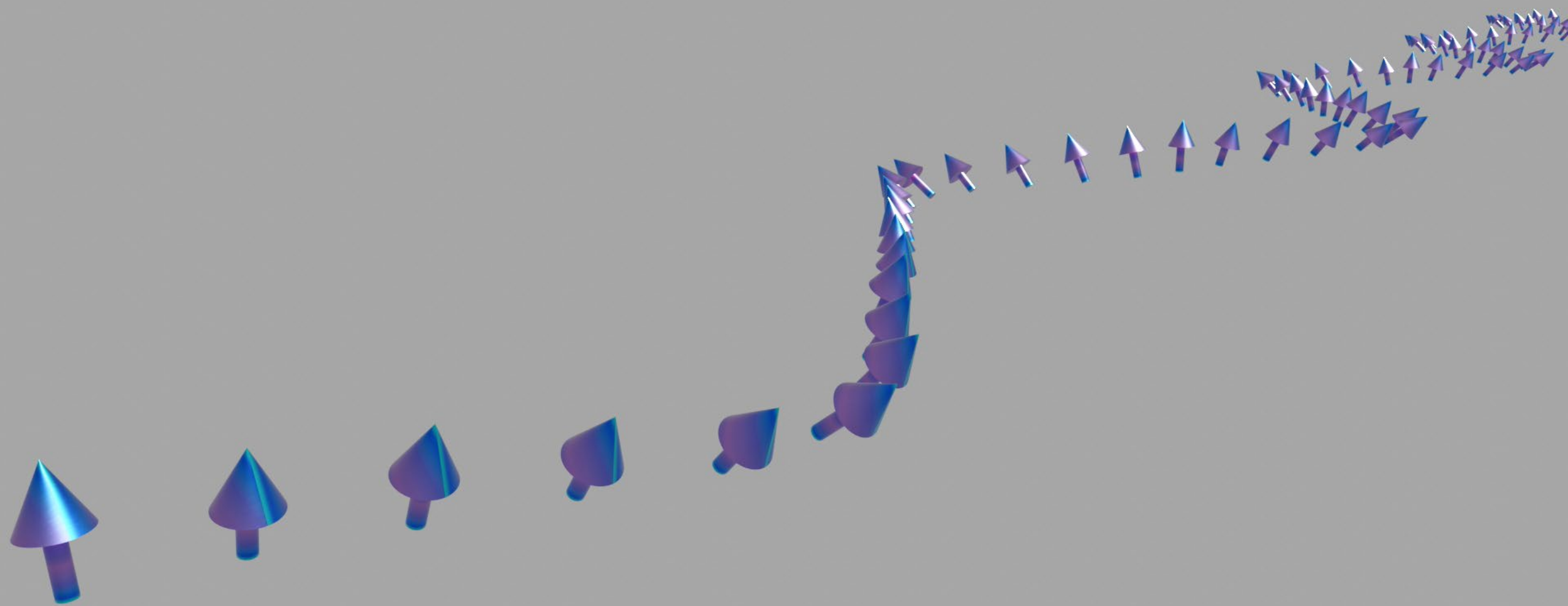


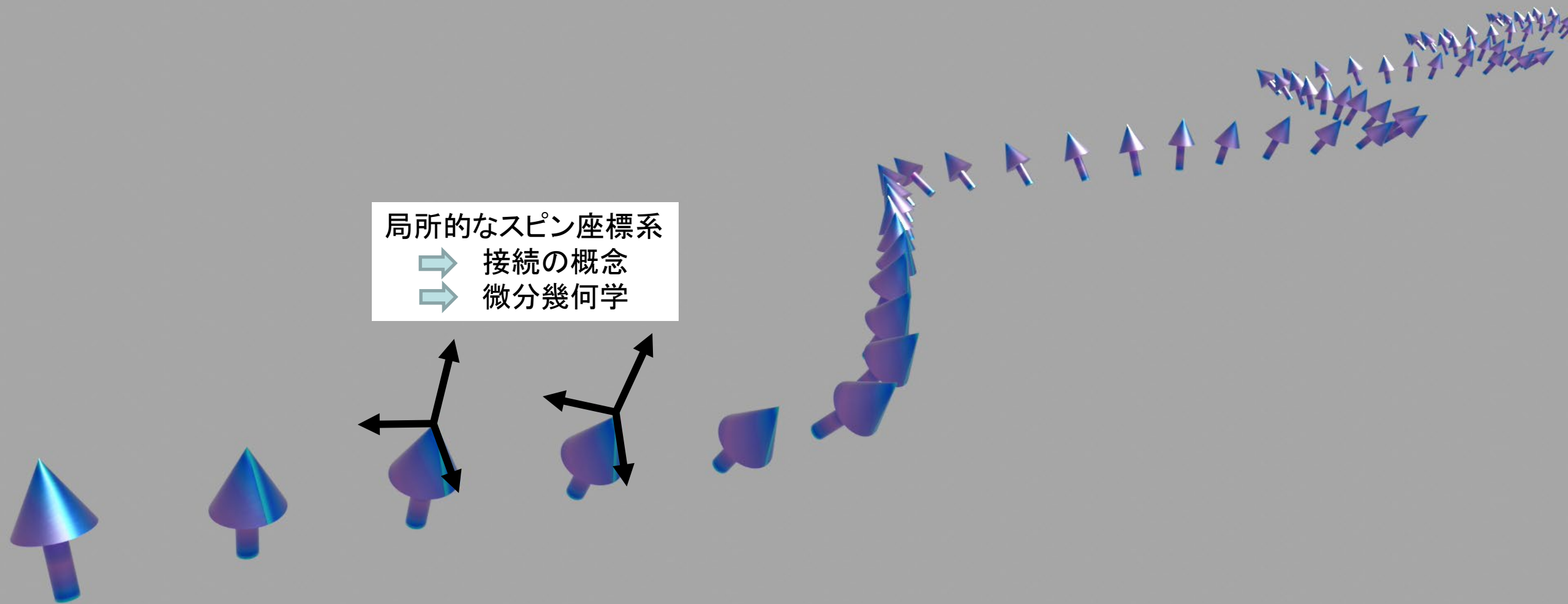
スピンの非共線構造



強相関(強い電子間反発) → スピンの「長さ」が飽和 → 方向の自由度のみ

吉森昭夫 1959 MnO_2





局所的なスピン座標系
⇒ 接続の概念
⇒ 微分幾何学

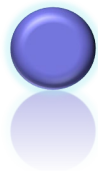
“場”の励起(出来事)としての粒子

あらゆる粒子・波は粒子と波の双方の側面を持つ。(量子力学)

粒子は電光掲示板の光のようなものである 粒子とは“出来事”

粒子の生成・消滅 有限の寿命

多彩な可能性 分裂や融合

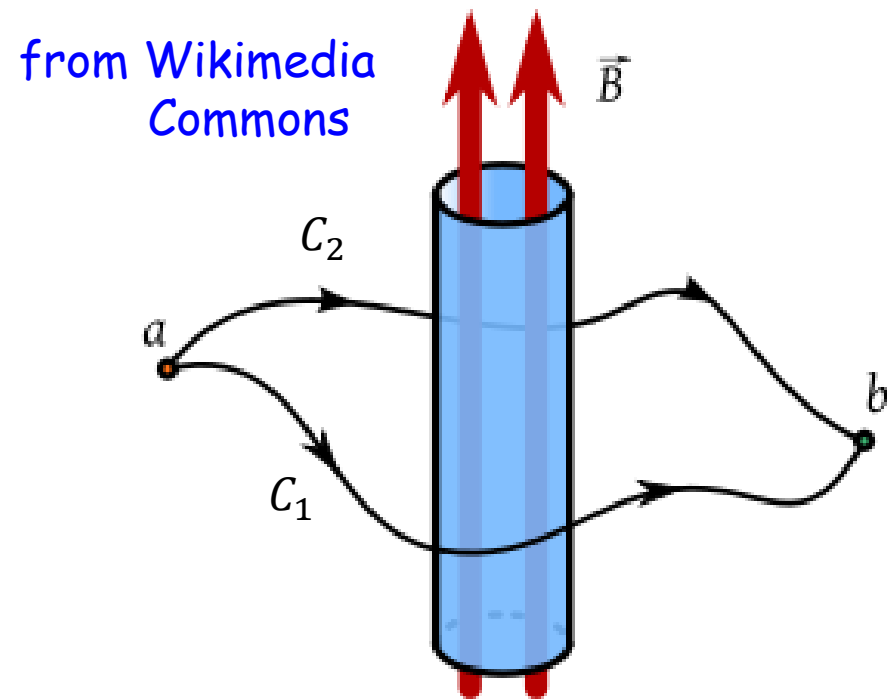


古典粒子



場の理論における粒子 From Wikipedia

量子力学におけるベクトルポテンシャル AB効果

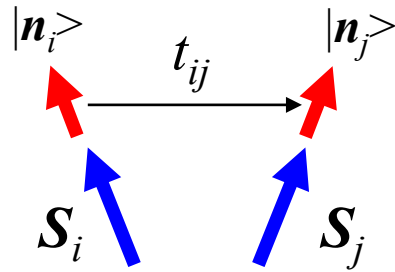


$$a_1 \propto e^{\int_{C_1} dr \cdot A(r)} \text{ 電子波の複素振幅}$$

量子力学と結合したとき、電磁場は
幾何学・トポロジ的性質を持つ

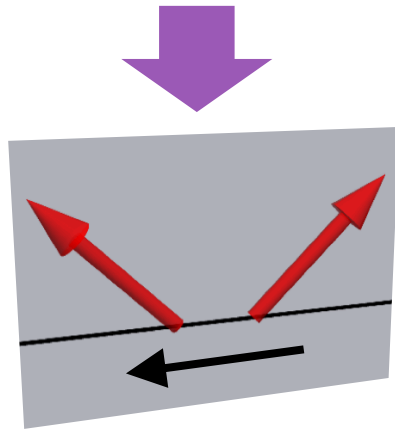
外村彰博士
電子線ホログラフィー

スピン構造に伴う創発電磁場



平行でないスピン構造に伴う量子位相

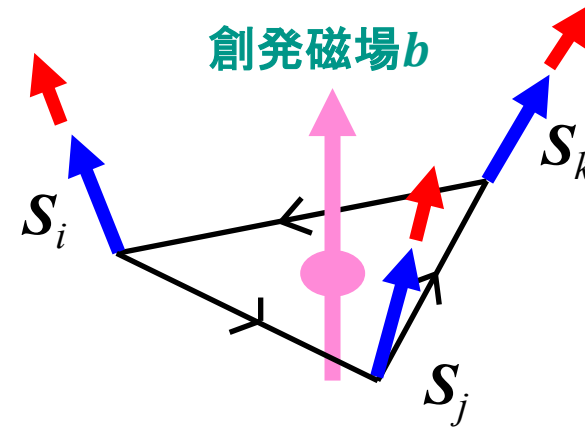
創発電磁場 $a(r, t)$ v/c の因子なし



$$e = -\frac{\partial a}{\partial t}$$

時間変化 巨大な創発電場

$$e(r, t) = -\frac{\partial a(r, t)}{\partial t} \\ \sim 10^4 \text{ V/m}$$



空間変化 巨大な創発磁場

$$b(r, t) = \nabla \times a(r, t)$$

100~1000 T(テスラ)

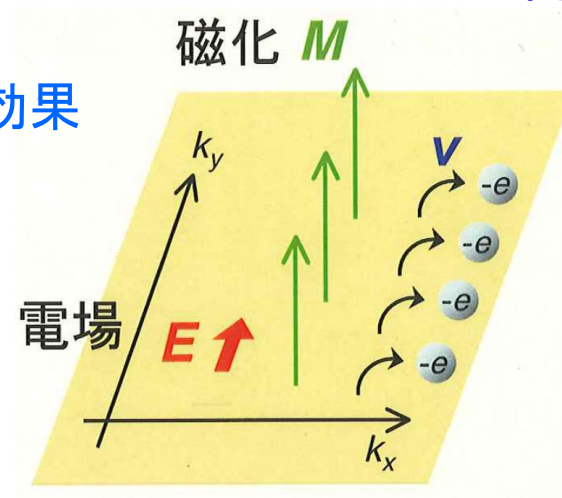
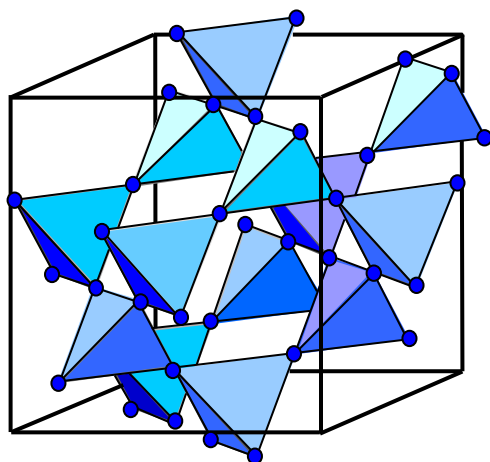


電子の量子位相干渉
巨大で高速な創発電磁場

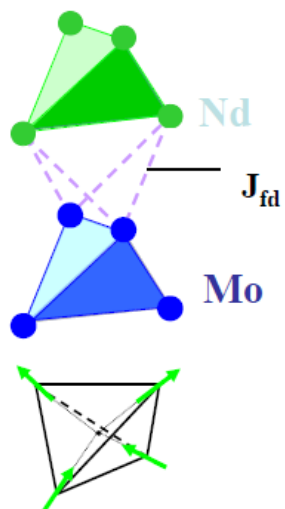
パイロクロア酸化物 $R_2\text{Mo}_2\text{O}_7$ における異常ホール効果

田口ら

異常ホール効果



Anisotropy of Nd moments is transmitted to Mo spins via the f-d interaction.



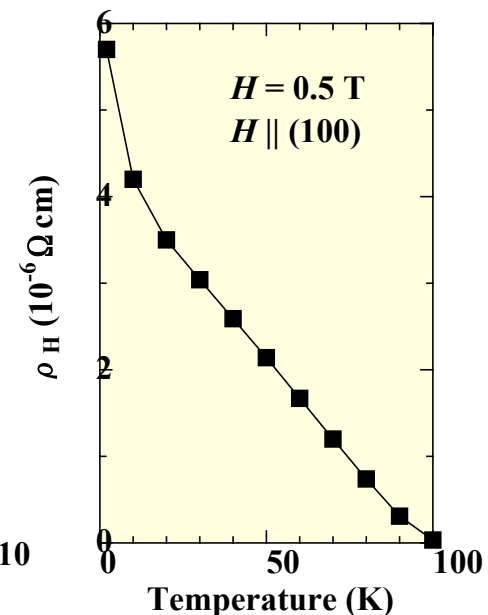
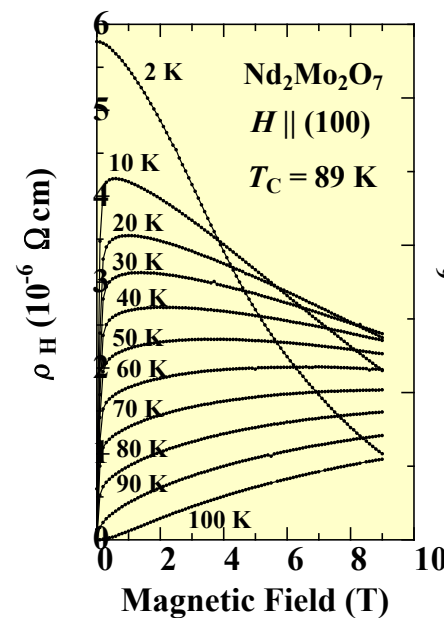
“umbrella structure”

at 8 K
 $\theta_N \sim 70 \sim 80^\circ$
 $\mu_N \sim 2.2 \mu_B$

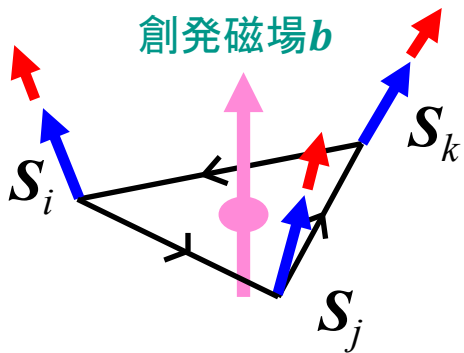
$\theta_M < 10^\circ$
 $\mu_M \sim 1.4 \mu_B$

at 40 K ($= T^*$)
 $\mu_N \sim 0.2 \mu_B$
 $\mu_M \sim 1.3 \mu_B$

Mo 4d



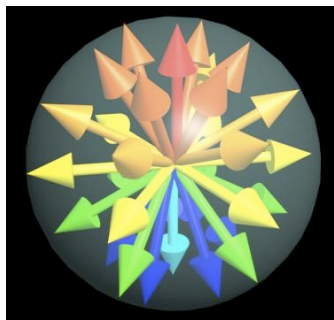
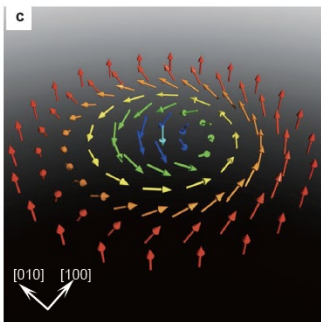
種々のナノスピン構造



創発電磁場を担う様々な
トポロジカル・ナノスピントクスチャー

スキルミオン

全スピンは球を一回覆う
(量子化)



立体角 4π

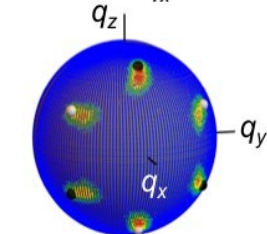
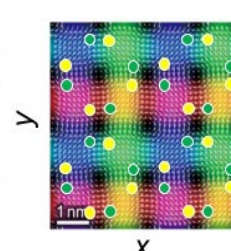
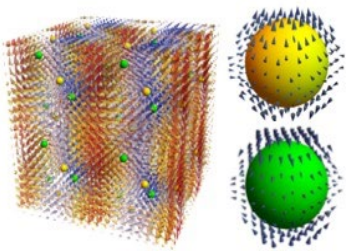
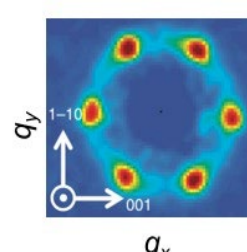
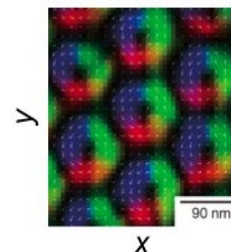
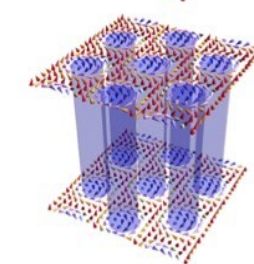
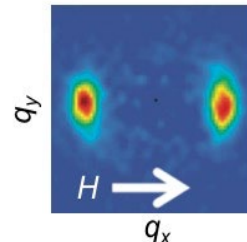
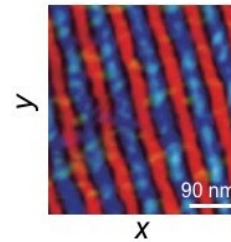
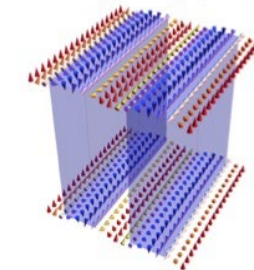
スキルミオンの創る創発磁場＝磁束量子

$$\phi_0 = h/e$$

10 nm²に1個のスキルミオン

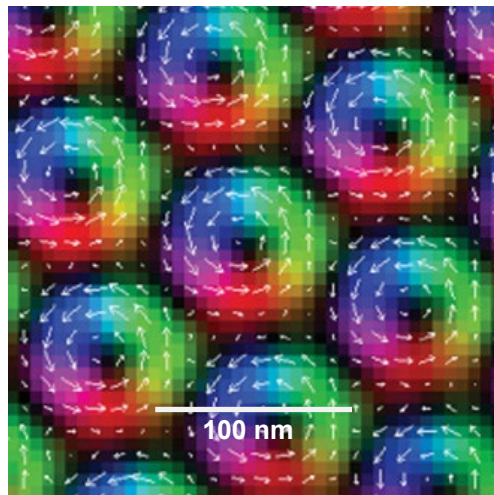
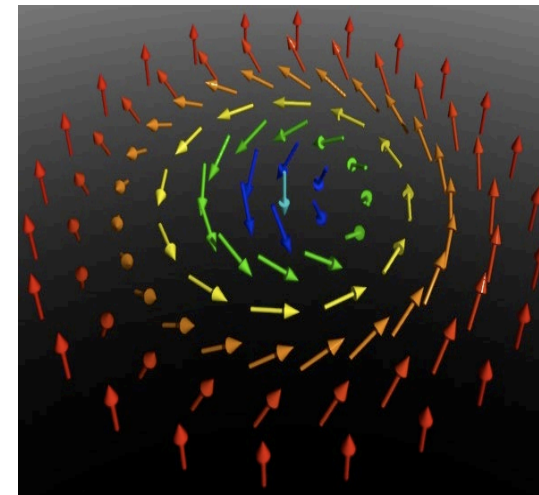
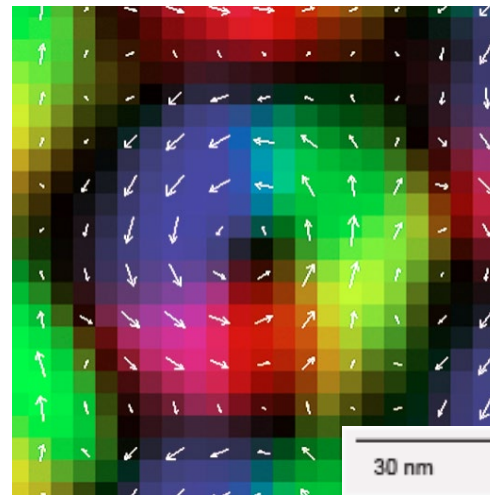
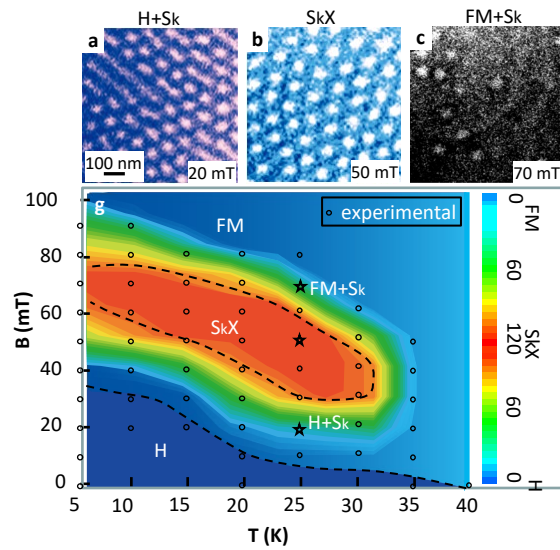
＝創発磁場 400 T(テスラ)

スピン構造模式図 LTEM実空間観察像 SANS運動量空間像

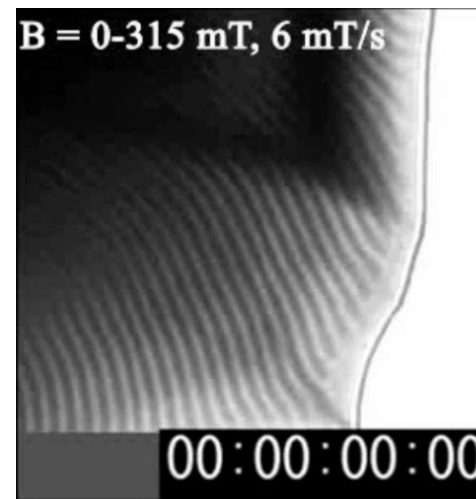


スキルミオンの観測

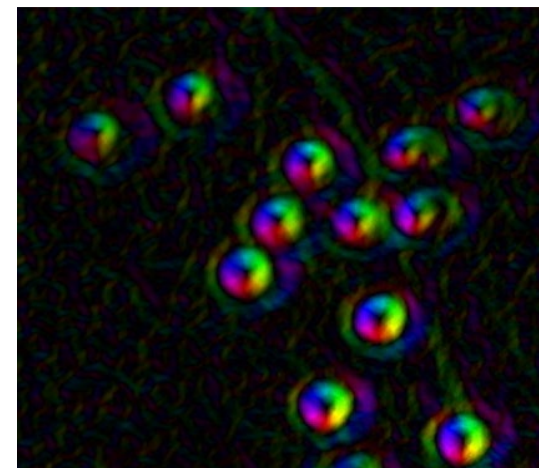
千十倉ら



結晶

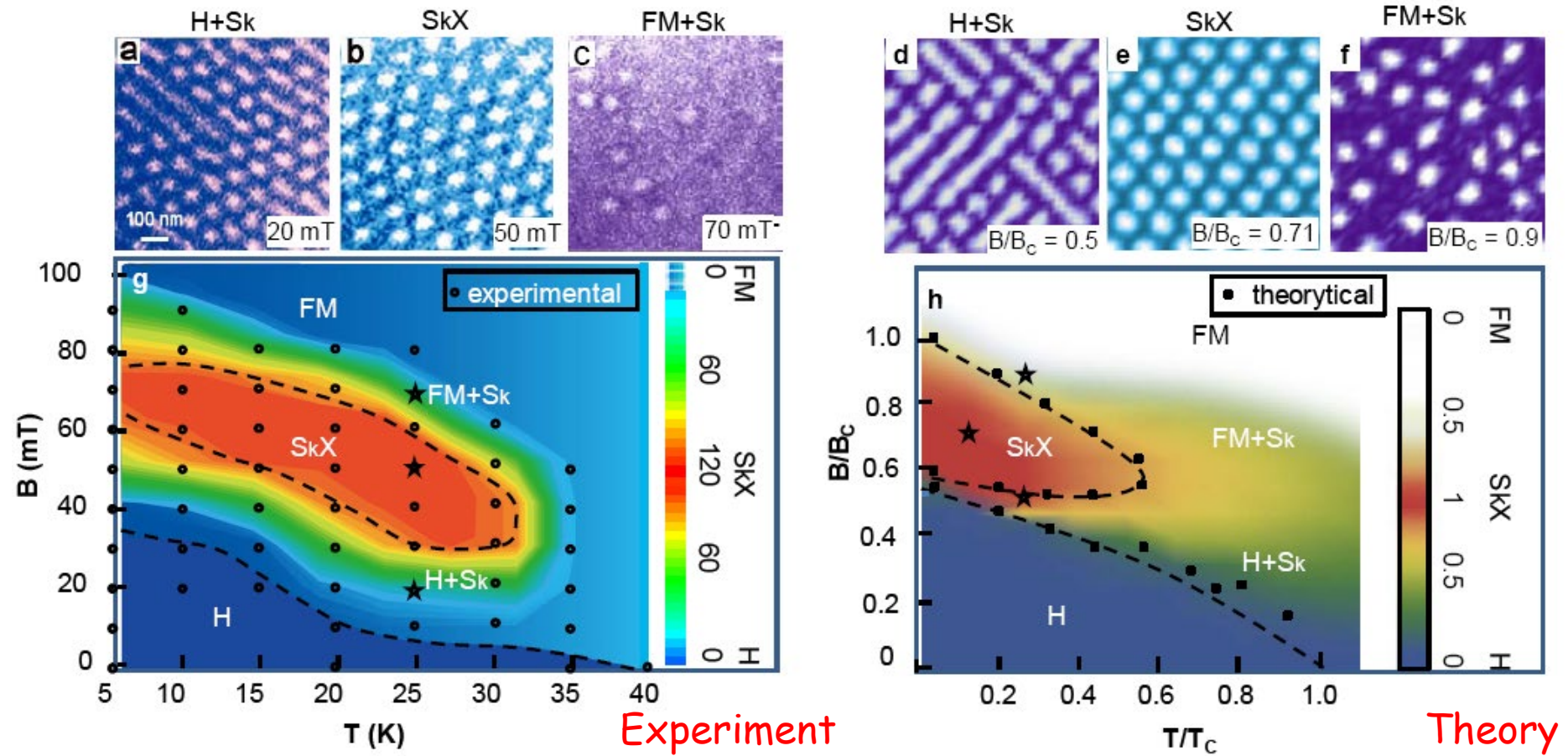


結晶化過程



孤立粒子 気体

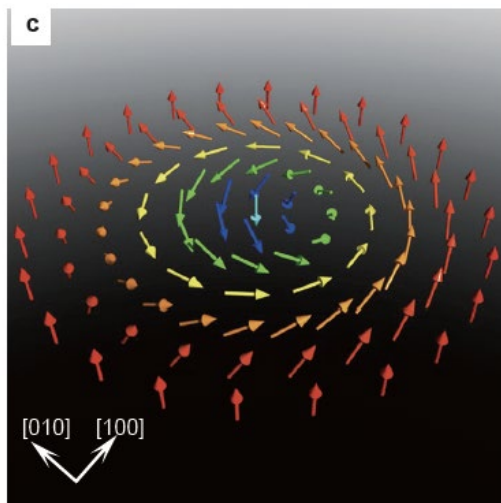
X. Z. Yu, Y. Onose, N. Kanazawa, J. H. Park, J. H. Han, Y. Matsui, N. N. Y. Tokura
Nature (2010)



トポロジーに保護された「創発粒子」としてのスキルミオン

Emergent electromagnetism 創発電磁場

J.D.Zang, J.H. Han, M.Mostovoy, 永長



物質中にスピン構造が作る「創発電磁場」が存在

$$\begin{cases} e_i = -\partial_i a_0 - \frac{1}{c} \dot{a}_i = \frac{\hbar}{2e} (\mathbf{n} \cdot \partial_i \mathbf{n} \times \dot{\mathbf{n}}), \\ h_i = [\nabla \times \mathbf{a}]_i = \frac{\hbar c}{2e} \delta_{iz} (\mathbf{n} \cdot \partial_x \mathbf{n} \times \partial_y \mathbf{n}), \end{cases}$$

G. Volovik

$$\bar{H}_{\text{int}} = -\frac{1}{c} \int d^3x \mathbf{j} \cdot \mathbf{a} \quad \text{創発電磁場との結合}$$

ローレンツ力

$$\left[\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial n}{\partial \mathbf{x}} - e \left(\mathbf{E} + \boxed{\mathbf{e}} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times (\mathbf{H} + \boxed{\mathbf{h}})] \right) \cdot \frac{\partial n}{\partial \mathbf{P}} &= -\frac{\delta n}{\tau}, \\ \dot{\mathbf{n}} &= \boxed{\frac{\hbar \gamma}{2e} (\mathbf{j} \cdot \nabla) \mathbf{n}} - \gamma \left[\mathbf{n} \times \frac{\delta H_S}{\delta \mathbf{n}} \right] + \alpha [\dot{\mathbf{n}} \times \mathbf{n}] \end{aligned} \right.$$

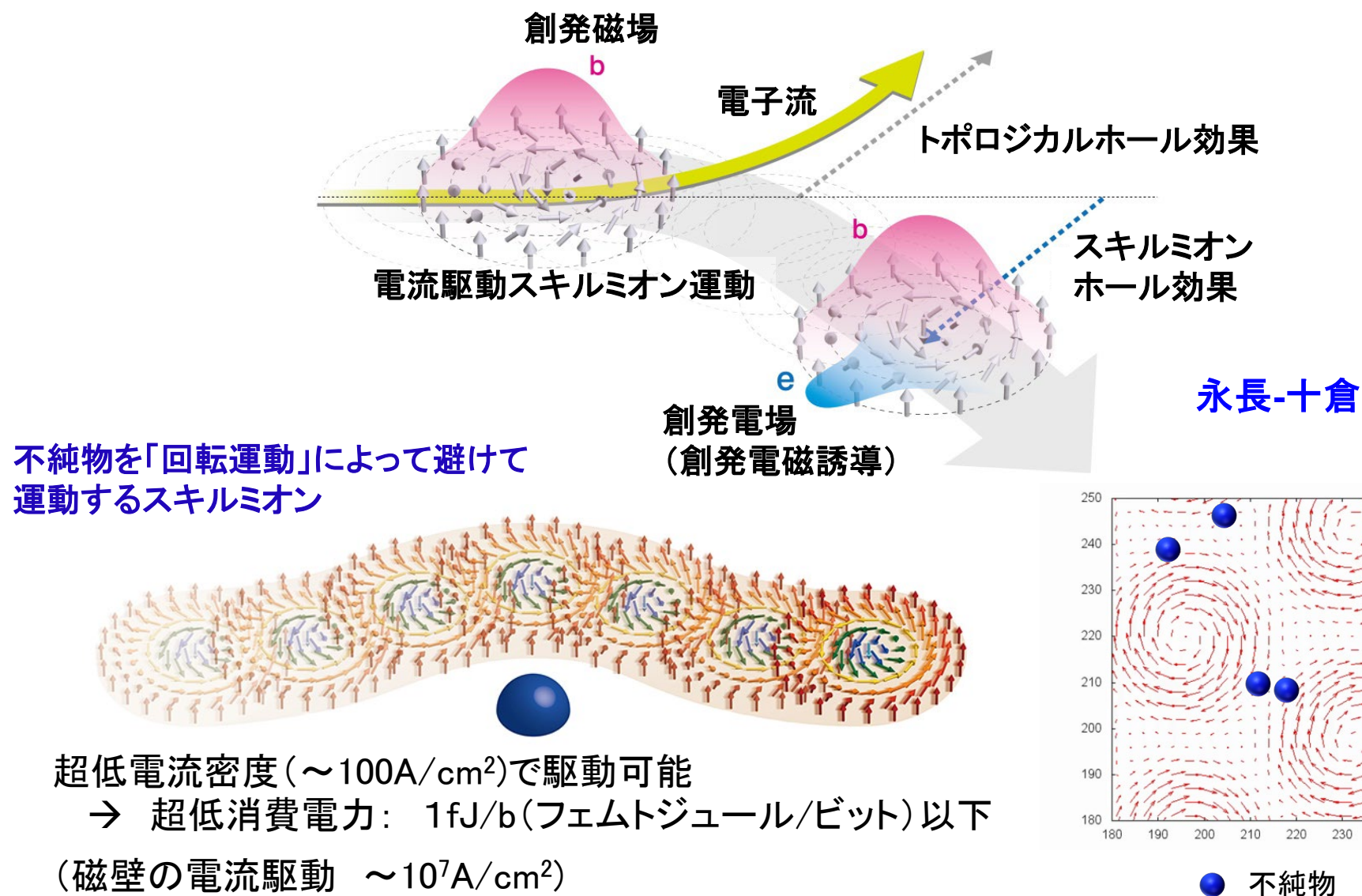
電子のボルツマン方程式

スピンの運動方程式

スピン移動トルク

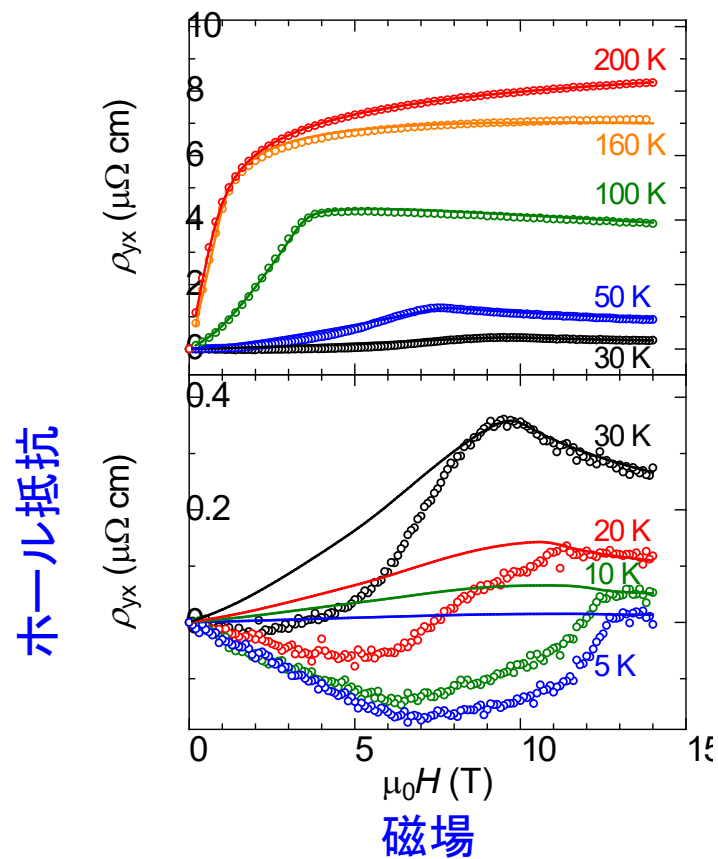
⇒ スピントクスチャの電流駆動運動

スキルミオンと創発電磁場のもたらす種々の現象



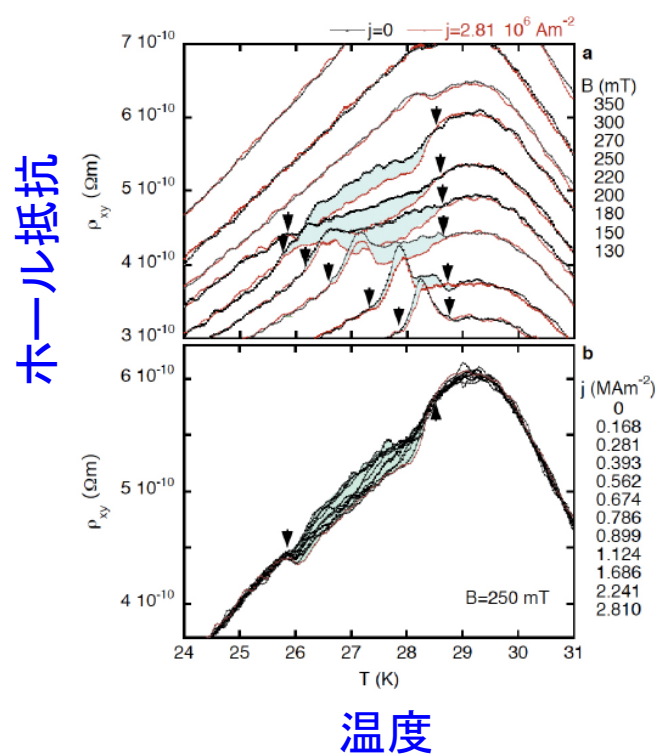
トポロジカルカレントの実証 ホール効果

トポロジカルホール効果
MnGe



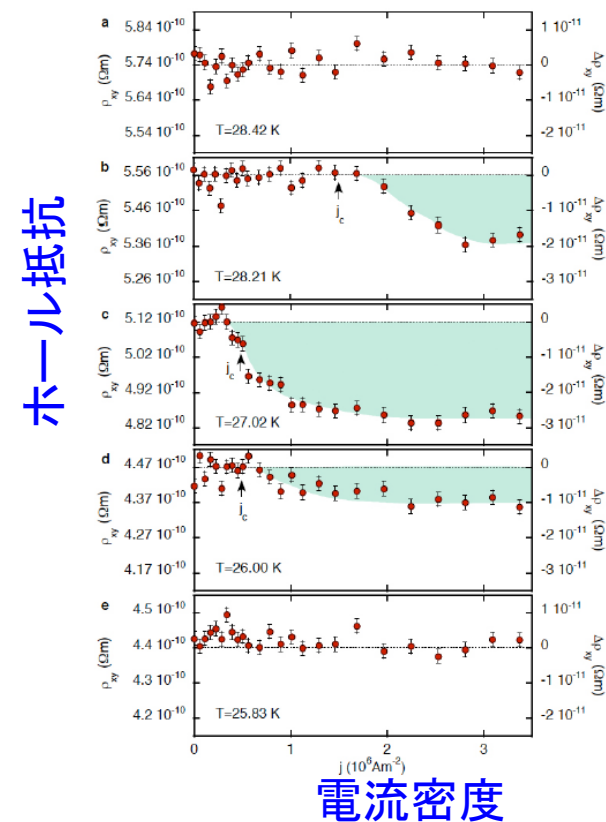
金澤-十倉ら

トポロジカルホール効果
MnSi

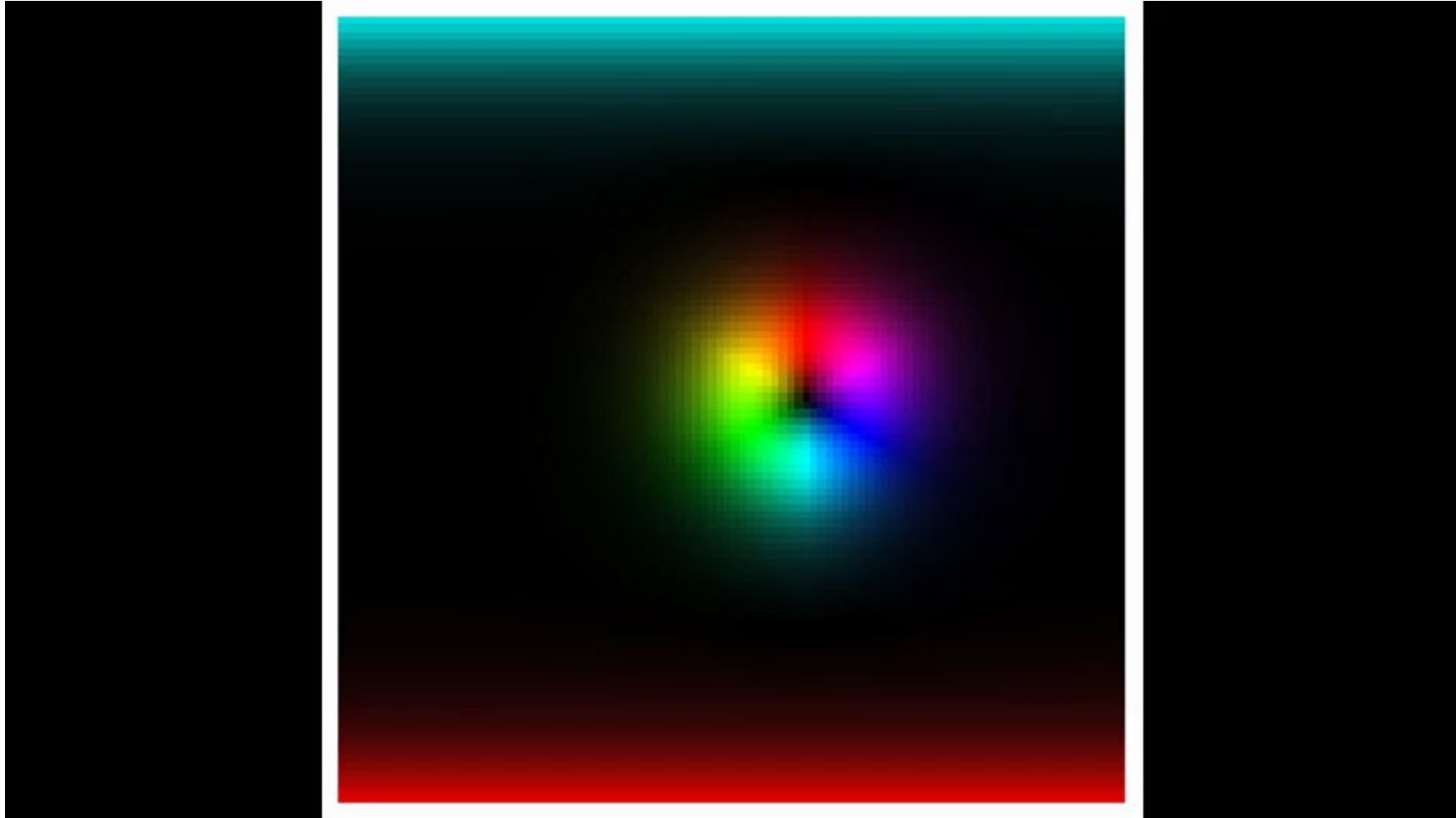


C. Pfleiderer - A. Rosch et al.
Nature Phys. (12)

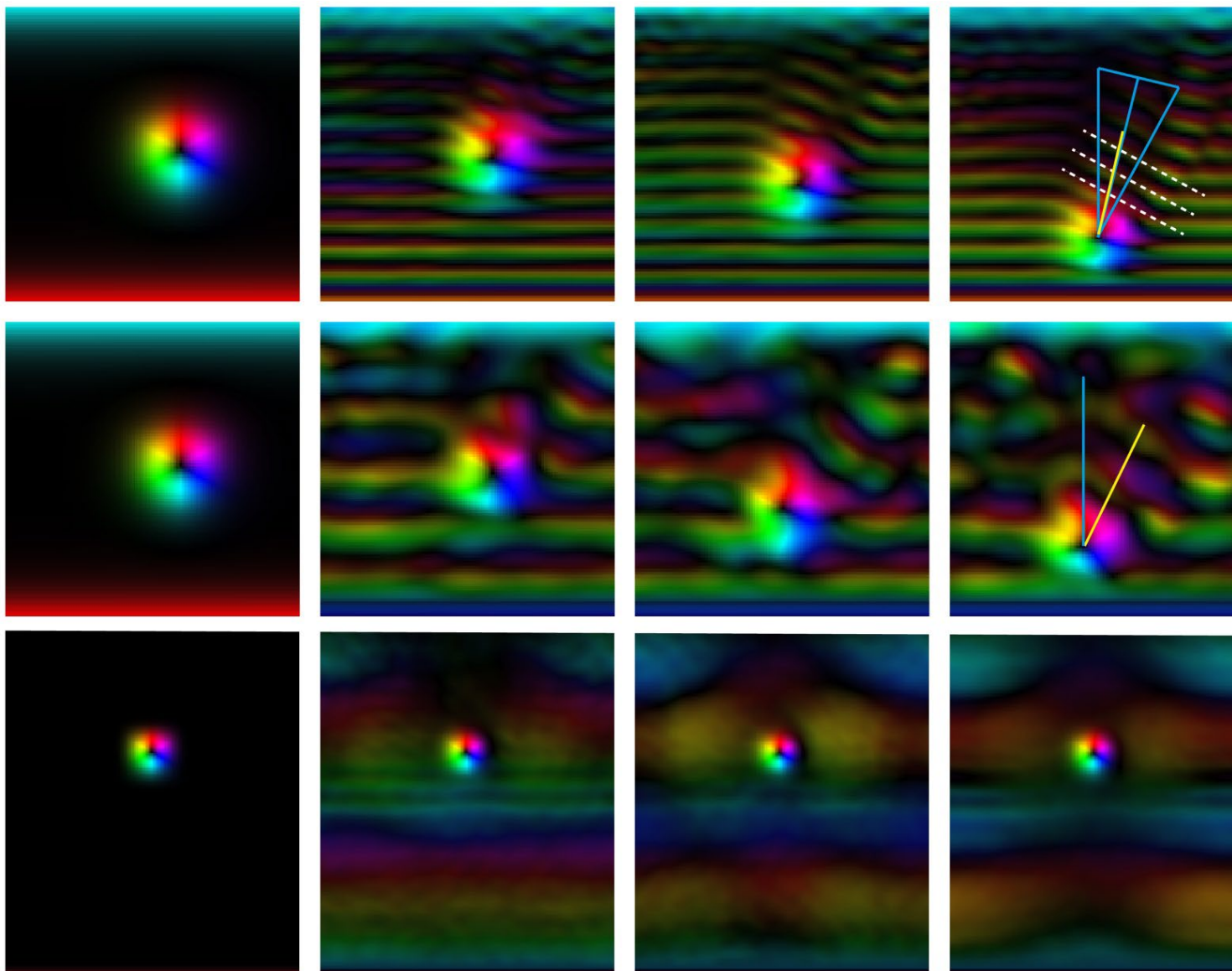
創発電磁誘導
MnSi



スキルミオンとスピン波の衝突



岩崎淳一ら



$$k_\xi = 2.0$$

$$k_\xi = 1.0$$

$$k_\xi = 0.5$$

波と粒子の運動量保存則

$$P_{\mu} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\Phi}} \partial_{\mu} \Phi = (1 - \cos \Theta) \partial_{\mu} \Phi = a_{\mu}$$

$$\vec{P}^{magnon} = \sum_k \vec{k} b_k^+ b_k$$

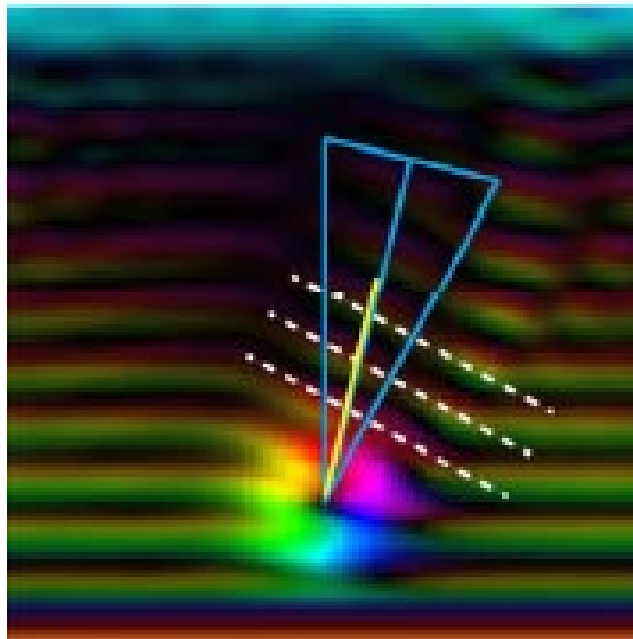
マグノン波の運動量

$$\vec{P}^{skyrmion} = 2\pi \vec{e}_z \times \vec{R}$$

スキルミオン粒子の運動量

$$\vec{P}^{magnon} + \vec{P}^{skyrmion} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \theta_{scatt}^{magnon} = 2\theta_{scatt}^{skyrmion}$$

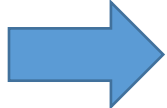


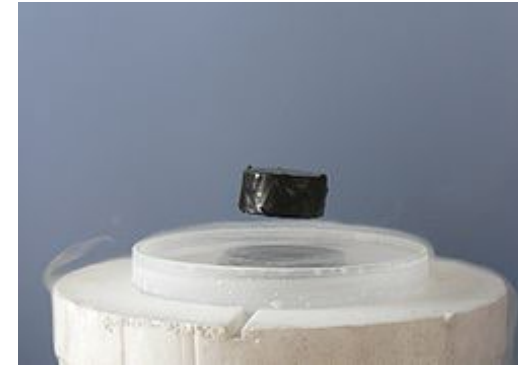
らせん磁性体におけるスピン流と電気分極

マルチフェロイックス

マクロな量子現象 超伝導

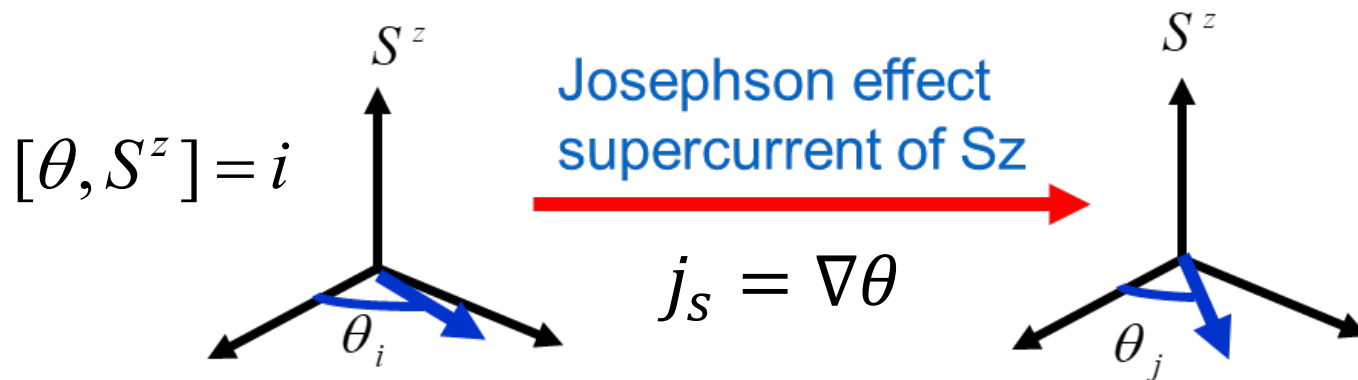
マクロな波動関数 $\Psi = e^{i\Theta}$ Θ : Josephson phase

$[\Theta, n] = i$  超伝導電流 $J_s = \rho_s \nabla \Theta$
電荷の保存則



from Wikipedia

マクロな量子現象 磁性



スピン軌道相互作用

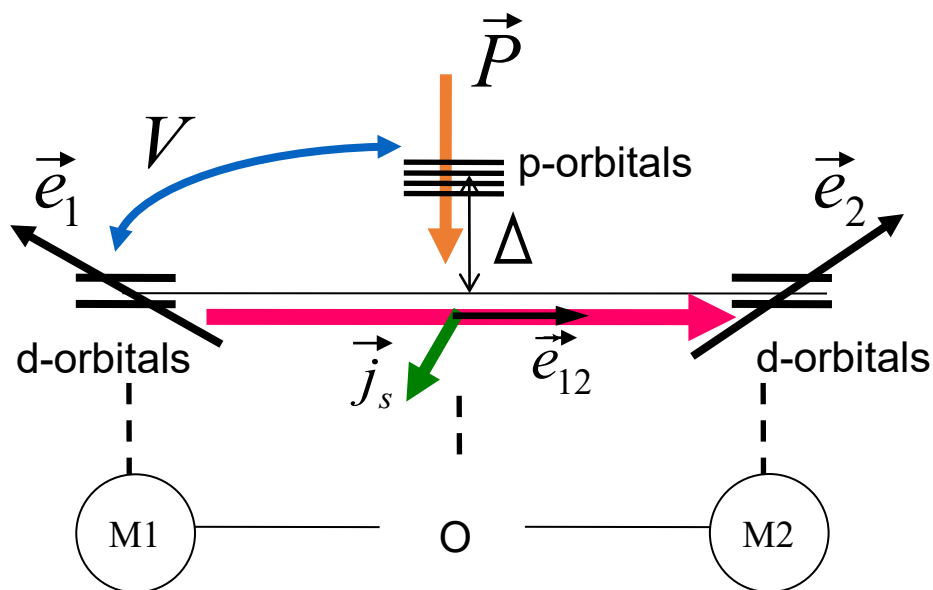
$$\mathbf{E} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{s}) = \mathbf{E} \cdot \text{spin current}$$

電気分極

固体中では真空中に比べて相対論的効果が増大!! ($\sim 10^6$)

電気分極のスピンの流機構

$$\vec{P} \propto \vec{e}_{12} \times (\vec{S}_1 \times \vec{S}_2) \propto \vec{e}_{12} \times \vec{j}_s$$



J_s : spin current

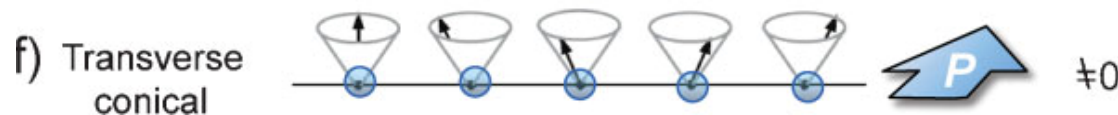
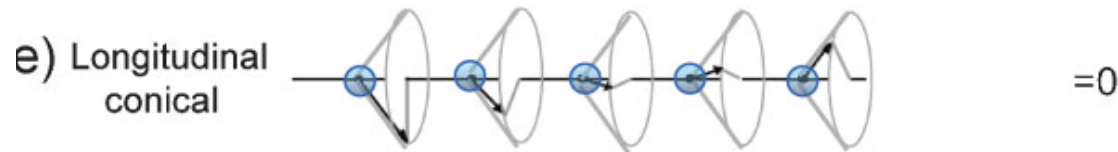
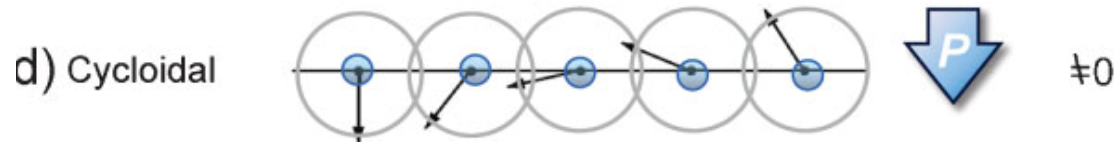
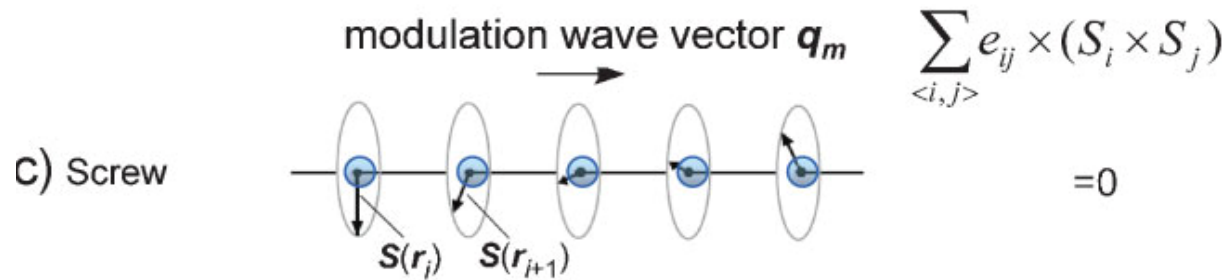
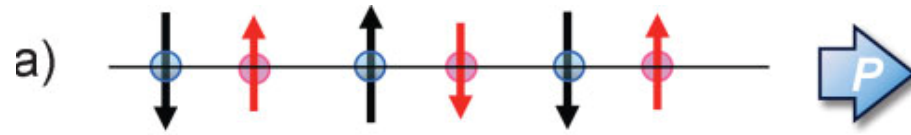
Δ : d-p energy difference

V : transfer integral

I : constant $\propto a_0$ (Bohr radius)

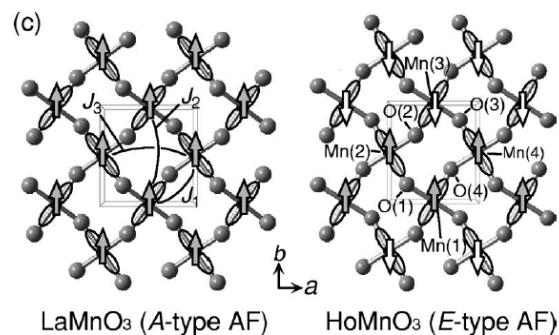
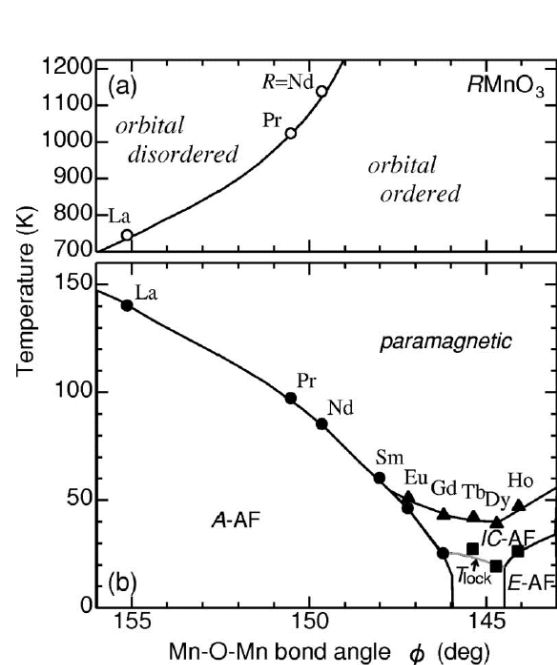
桂-永長-Balatsky PRL05

スピン構造による電気分極

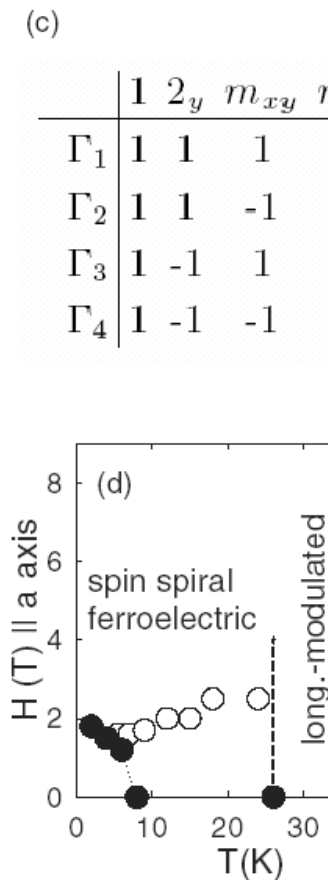
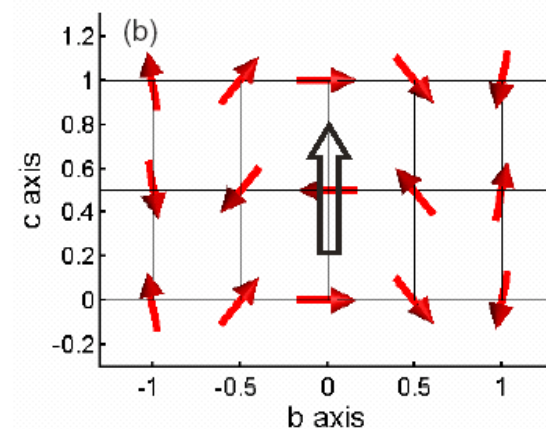
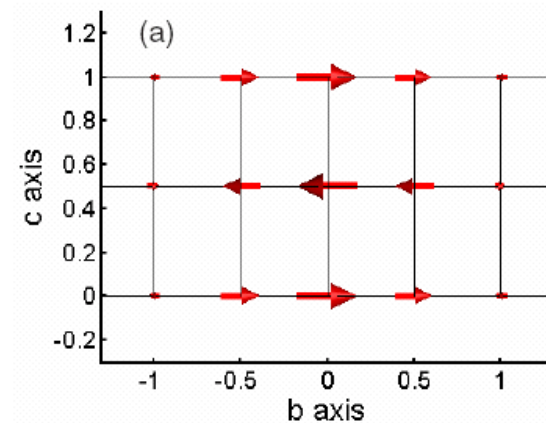
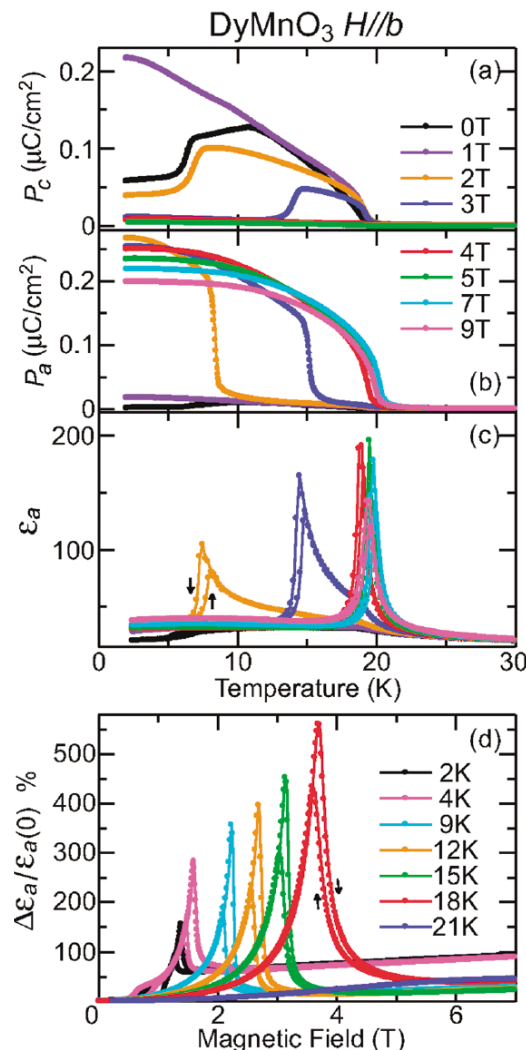


十倉一関一永長 2010

ペロブスカイト酸化物におけるマルチフェロイックス



木村-有馬-十倉ら 2003

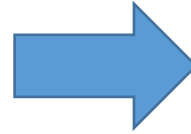


Kenzelman et al.
有馬ら

らせん磁性体における創発電場

$$b_i = \frac{\hbar}{8\pi e} \epsilon_{ijk} \mathbf{n} \cdot (\partial_j \mathbf{n} \times \partial_k \mathbf{n})$$

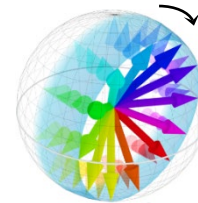
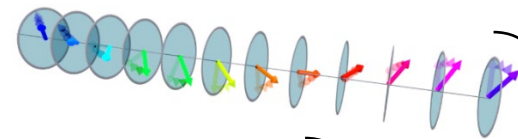
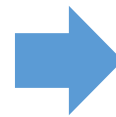
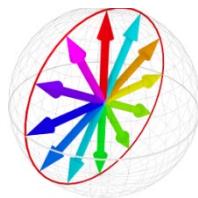
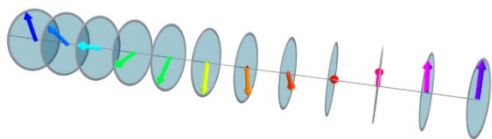
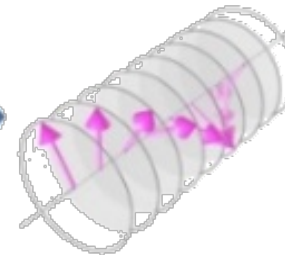
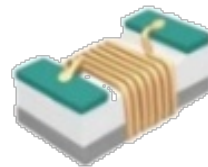
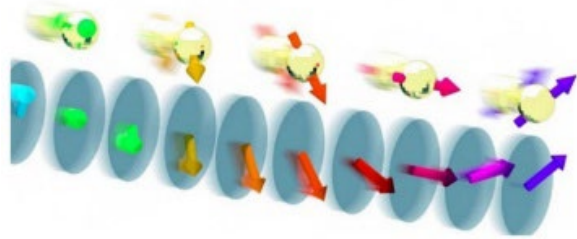
$$e_i = \frac{\hbar}{2\pi e} \mathbf{n} \cdot (\partial_i \mathbf{n} \times \partial_t \mathbf{n})$$



$$V = \frac{\pi \hbar l}{2e \lambda S j_{\text{int}}} \frac{dI}{dt}$$

G.E. Volovik, 1987 Barnes—前川, 2007

永長 JJAP 2019

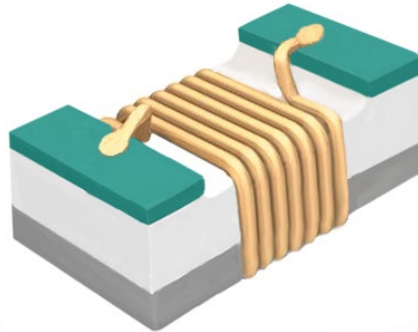


$$e_z = \frac{\hbar}{2e\lambda} \partial_t \phi$$

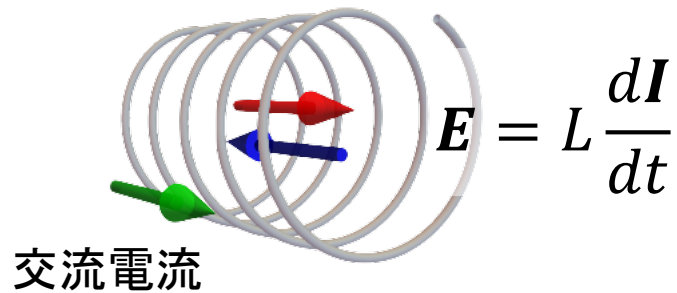
Emergent electric field

創発インダクター

インダクター



古典的なコイル構造



現在の最高値

0.6 x 0.3 x 0.3 mm size $L \sim 10^{-7}$ Henly

微細化に限界 $L \propto \text{体積}$

創発電磁場

非相反応答 (コイル構造における静的創発磁場)



ナノスピン構造ダイナミクス (創発電磁誘導)



$$e = -\frac{\partial \alpha}{\partial t}$$

創発電磁誘導
へ置き換え

創発インダクター (評価値)

$L \propto 1/\text{断面積}$

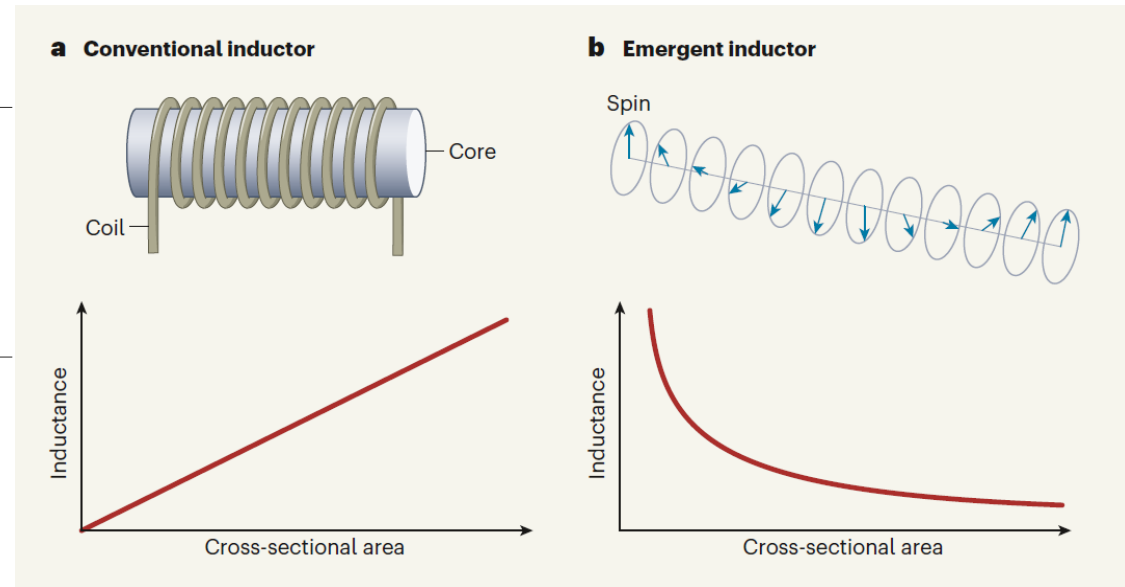
$1 \times 1 \times 1 \mu\text{m}$ $L \sim 10^{-10}$ Henly

ナノスケール化で現在の L を凌駕可能

Inductors enter the world of quantum mechanics

Seonghoon Woo

Electronic devices called inductors are hard to miniaturize because their effectiveness is proportional to their size. An approach based on quantum mechanics could overcome this issue, offering many potential applications. **See p.232**



Article

Emergent electromagnetic induction in a helical-spin magnet

<https://doi.org/10.1038/s41586-020-2775-x>

Received: 20 June 2020

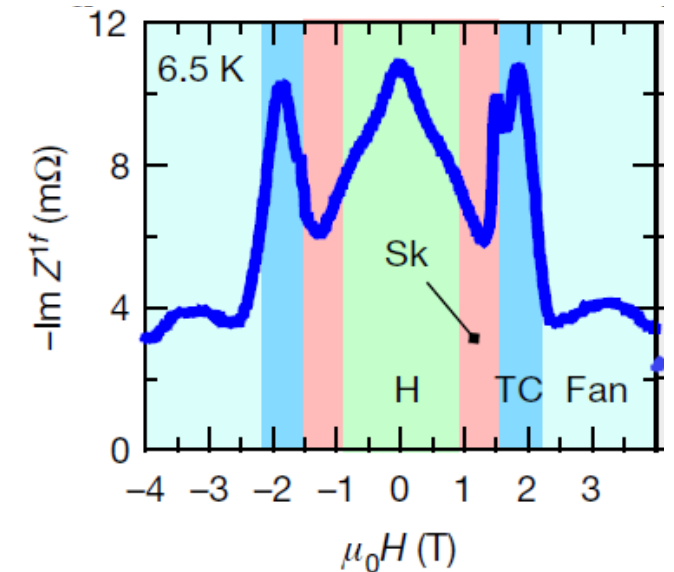
Accepted: 4 August 2020

Published online: 7 October 2020

Check for updates

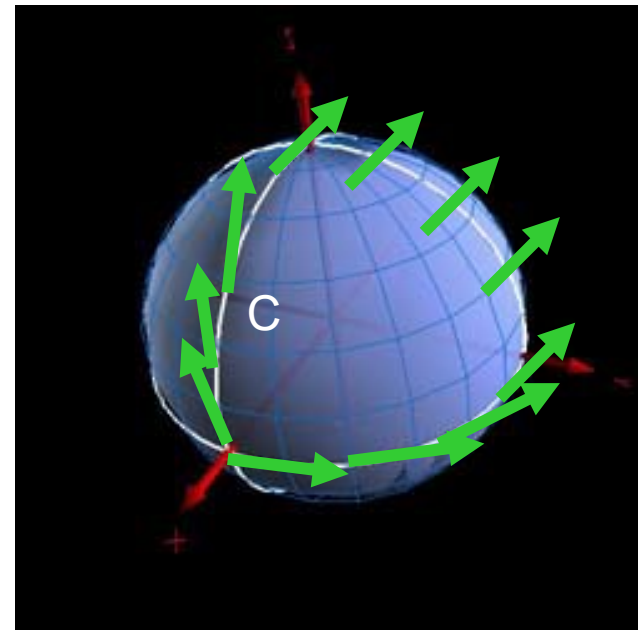
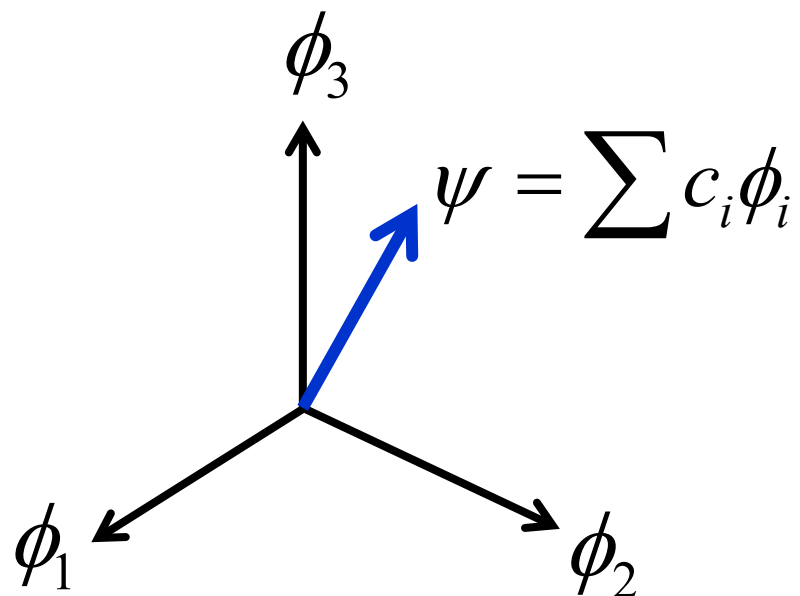
Tomoyuki Yokouchi¹, Fumitaka Kagawa^{1,2}, Max Hirschberger^{1,3}, Yoshichika Otani^{1,4}, Naoto Nagaosa^{1,2} & Yoshinori Tokura^{1,2,5}

An inductor, one of the most fundamental circuit elements in modern electronic devices, generates a voltage proportional to the time derivative of the input current¹. Conventional inductors typically consist of a helical coil and induce a voltage as a



量子力学に内在する幾何学とゲージ場

波動関数=ヒルベルト空間におけるベクトル

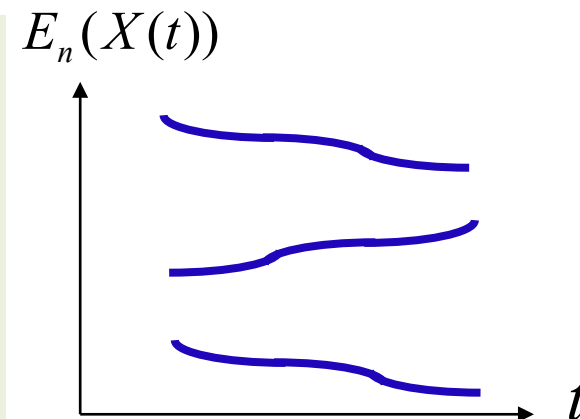


ベリー一位相の思想

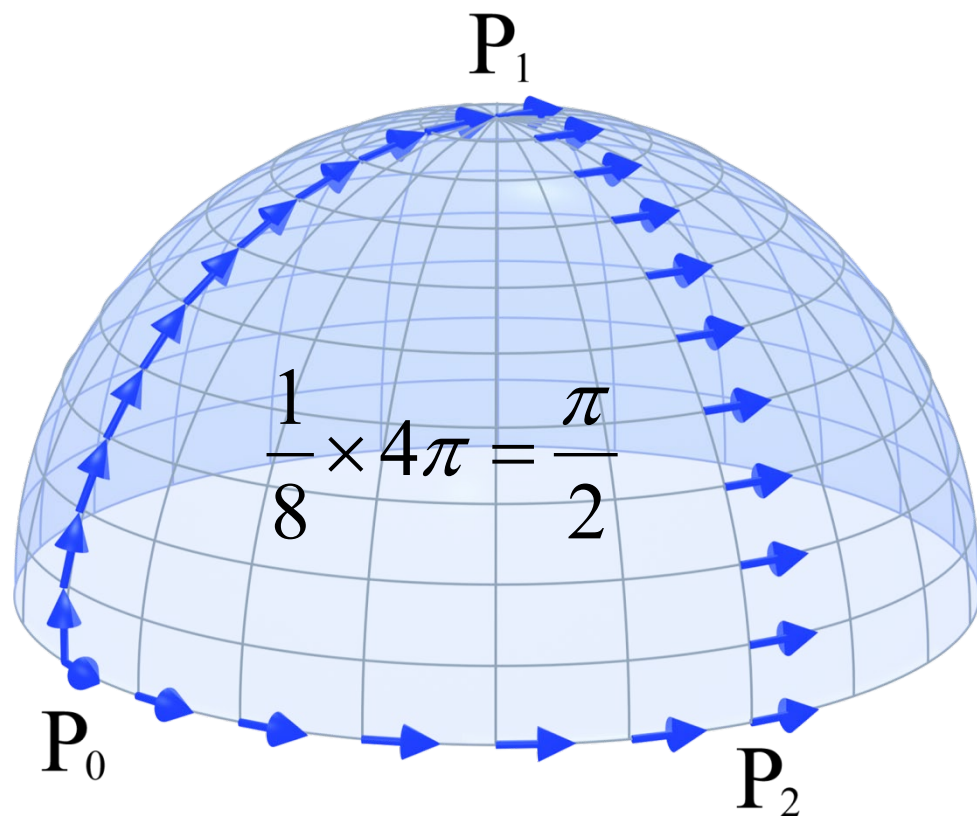
断熱過程: 状態間の遷移が禁止される

→ ヒルベルト空間の部分空間に波動関数のベクトルが制限・拘束される

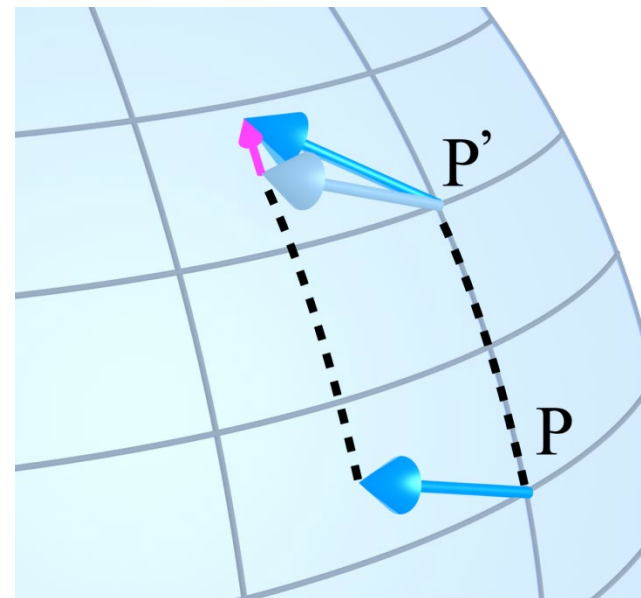
→ 「曲がった」部分空間の持つ非自明な幾何学的性質



球面三角法 非ユークリッド幾何学



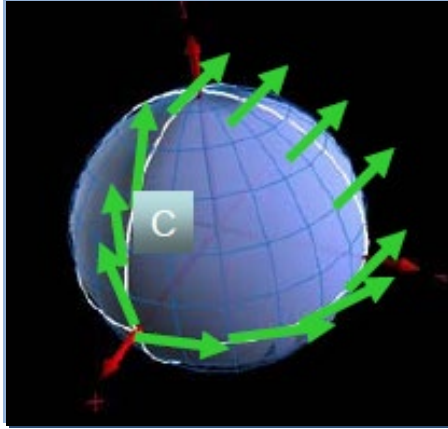
3角形の内角の和が270度 = $3\pi/2$



$$D_\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} - a_\mu$$

曲面上のベクトルを平行移動

広がる創発電磁場の概念



1. ヒルベルト部分空間の曲率を表現

2. 種々の対称性群

$U(1), SU(2), Z_2, SU(N)$

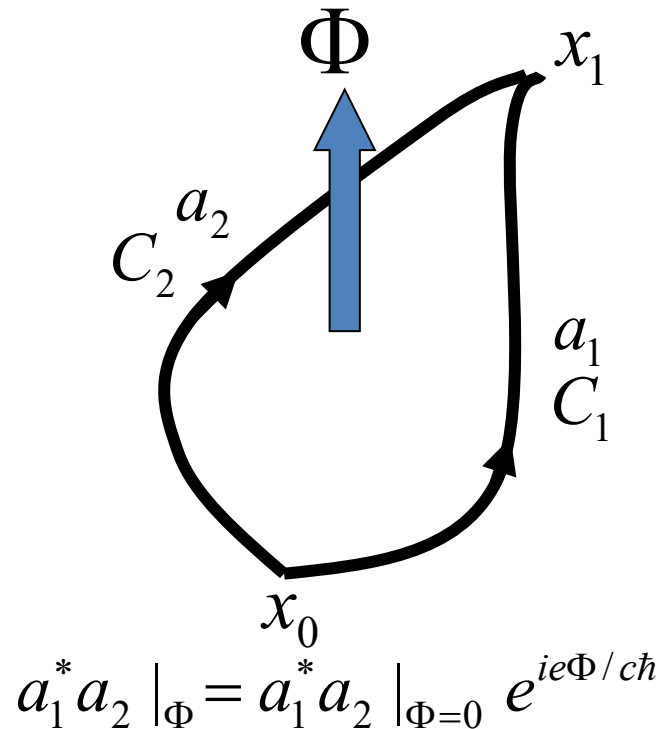
3. 一般化された空間

実空間、運動量空間、パラメーター空間

4. トポロジ的構造

磁気単極子、渦糸などの特異性

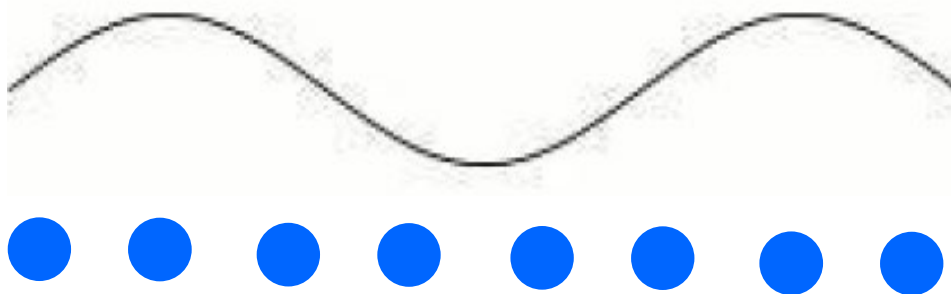
大域的トポロジー



結晶中の電子

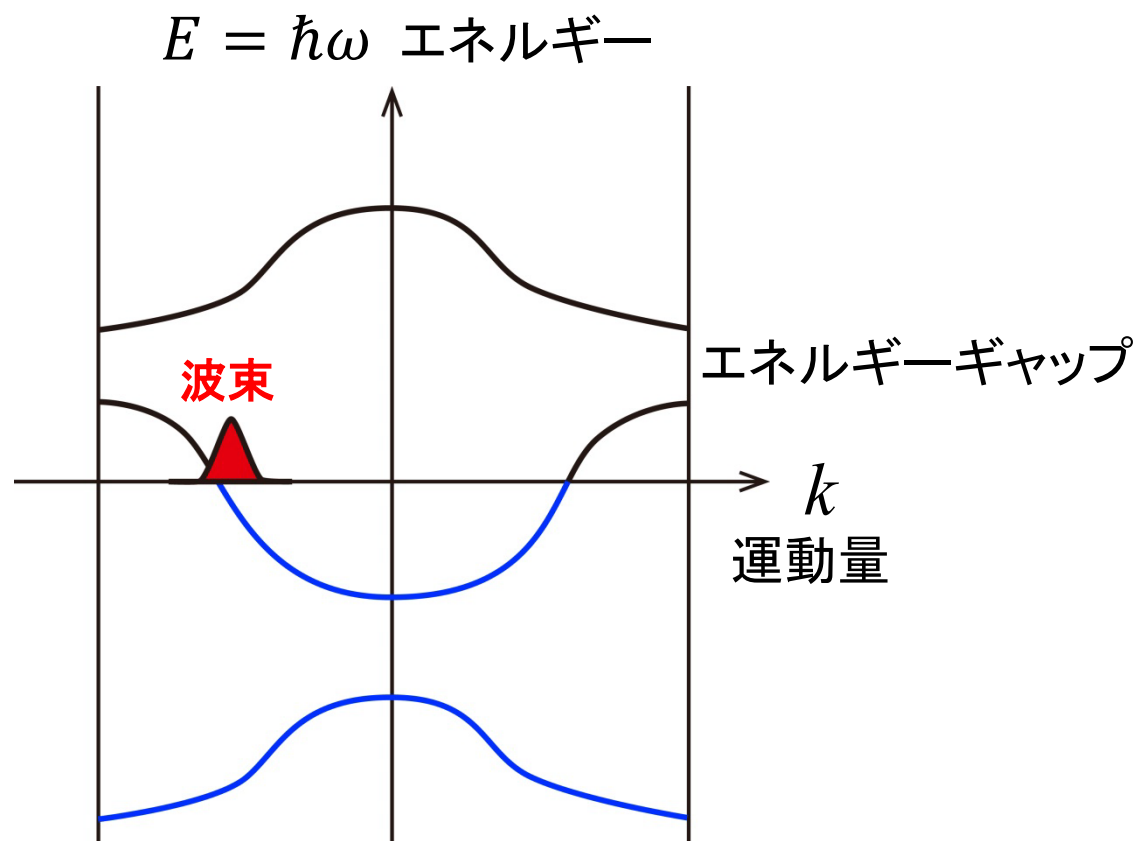
電子波

$$\text{Re } \psi(x, t) = A \cos(kx + \phi - \omega t)$$



周期構造

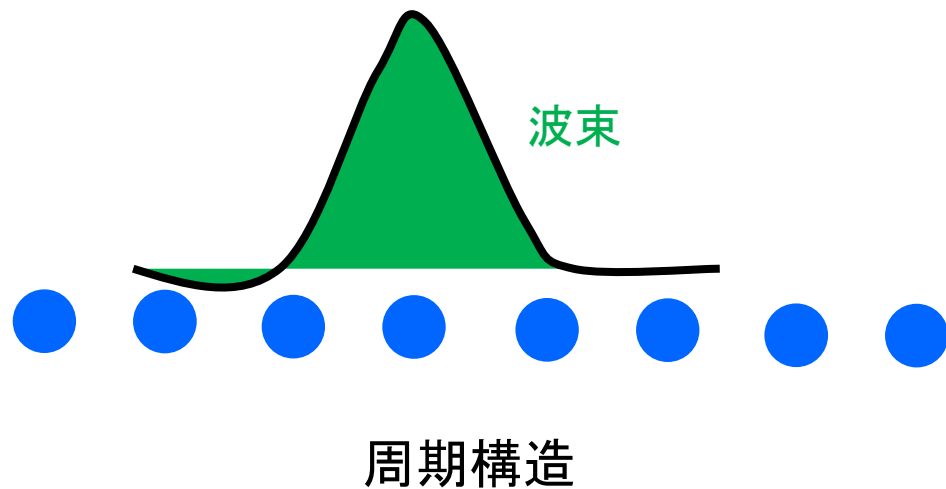
バンド構造



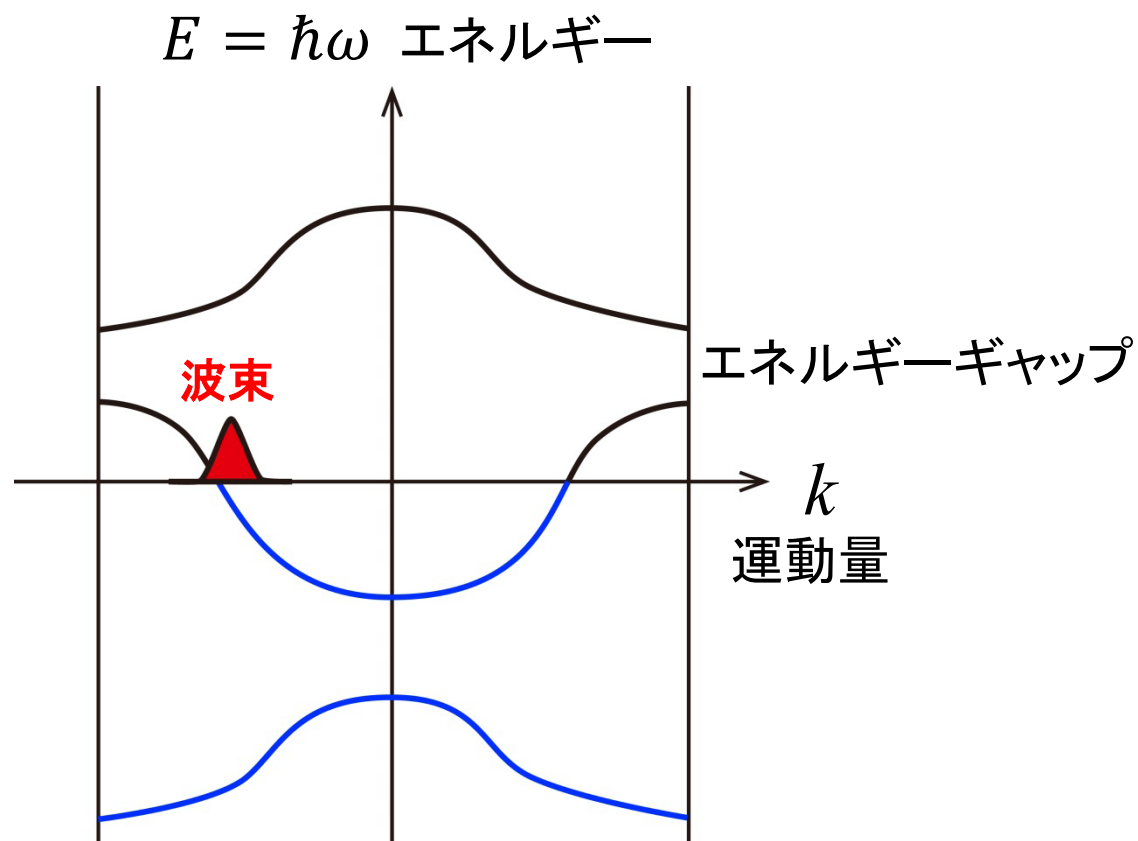
結晶中の電子

電子波の波束 波の描像と粒子描像をつなぐ

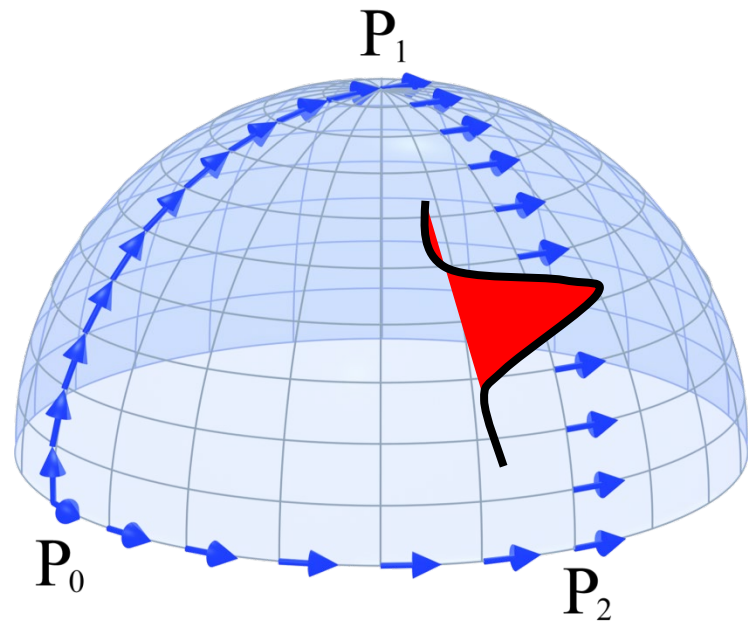
$$\text{Re}\psi(x, t) = \sum_k A(k) \cos(kx + \phi - \omega_k t)$$



バンド構造



結晶中の電子

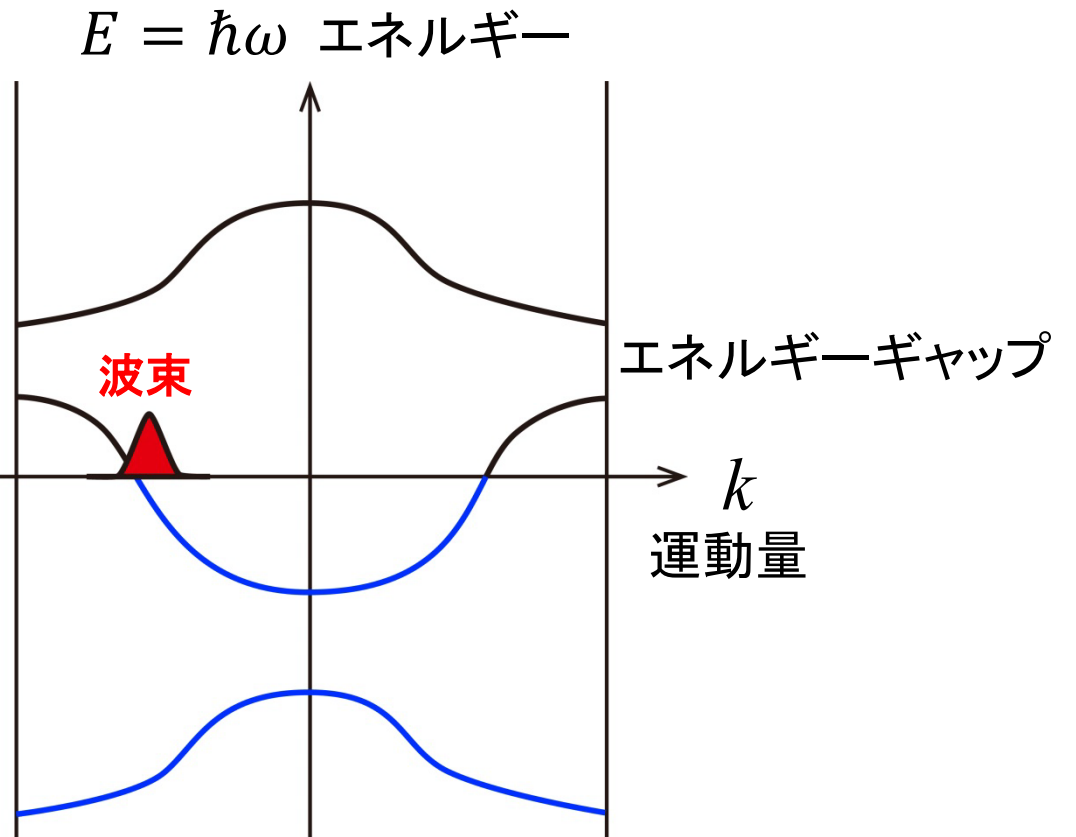


曲率を感じる波束

各バンドに属する
波動関数は
部分空間を作る



バンド構造



波束の運動方程式

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{\partial \varepsilon_n(\vec{k})}{\partial \vec{k}} - \underbrace{\vec{b}_n(\vec{k})}_{\text{k-空間のベリー曲率}} \times \frac{d\vec{k}(t)}{dt} \quad \text{異常速度}$$

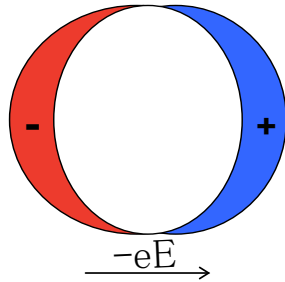
$$\frac{d\vec{k}(t)}{dt} = -\frac{\partial V(\vec{r})}{\partial \vec{r}} - \underbrace{\vec{B}(\vec{r})}_{\text{実空間の磁場}} \times \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

k-空間のベリー曲率は電流演算子のバンド間行列要素から生じる

$$\vec{b}_n(k) = \nabla \times \vec{a}_n(k) \quad \vec{a}_n(k) = i \langle nk | \nabla | nk \rangle$$

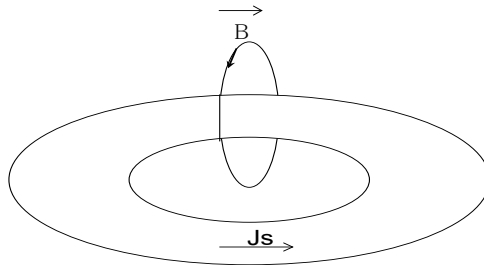
固体中の3種類の電子流

1. オーム流



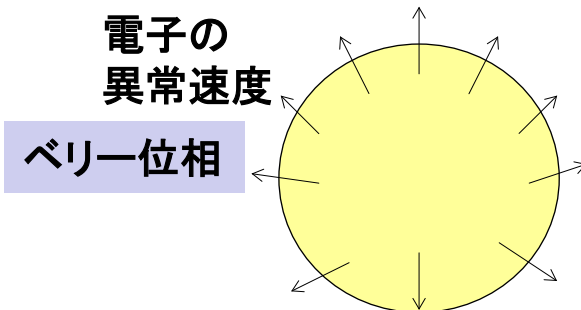
非平衡状態
散逸および熱の発生

2. 超伝導電流



巨視的量子コヒーレンス
熱平衡状態、散逸なし
磁場に応答 低温に限る

3. 幾何学的トポロジカル電子流: 量子干渉によって駆動される

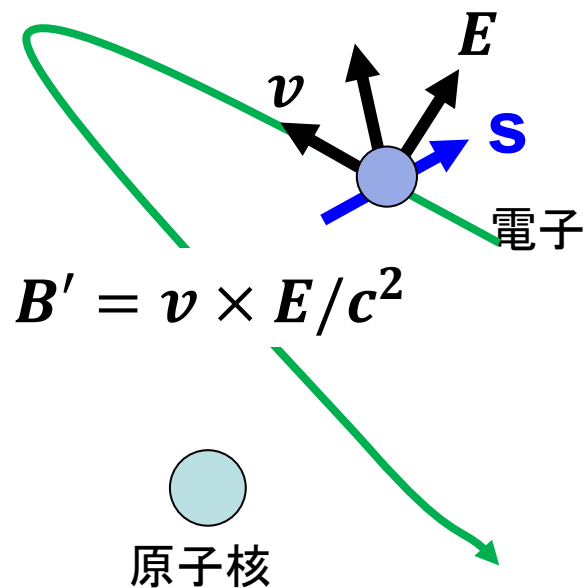


熱平衡状態 散逸なし
運動量空間の“曲率”
バンドギャップにより守られる
室温でも可能

分極電流
量子ホール電流
異常ホール電流
反磁性電流
スピンホール電流
シフト光電流

など

相対論的効果 スピン軌道相互作用



運動している電子の座標系から見ると
ローレンツ変換によって電場から

$$\mathbf{B}' = \mathbf{v} \times \mathbf{E} / c^2$$

の磁場が生じ、これが電子スピンの磁気モーメントが
相互作用する

軌道角運動量

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{B}' \propto \mathbf{s} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{E}) \propto -\mathbf{s} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) \propto -\mathbf{s} \cdot \mathbf{L}$$

$$\mathbf{s} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{E}) = \mathbf{E} \cdot (\mathbf{s} \times \mathbf{v}) = \mathbf{E} \cdot \text{spin current}$$

正確には相対論的ディラック方程式より導出できる

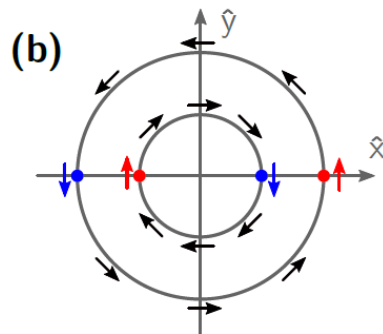
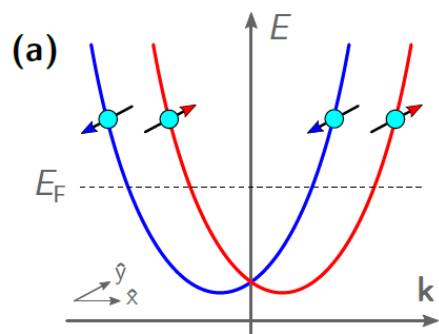
$$H = H_0 + \frac{\hbar}{4m^2c^2} \vec{\sigma} \cdot (\text{grad } V(\vec{r}) \times \vec{p})$$

スピン軌道相互作用と運動量空間のスピンテクスチャ

$$H = \mathbf{s} \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{E}) = \mathbf{E} \cdot (\mathbf{s} \times \mathbf{p})$$

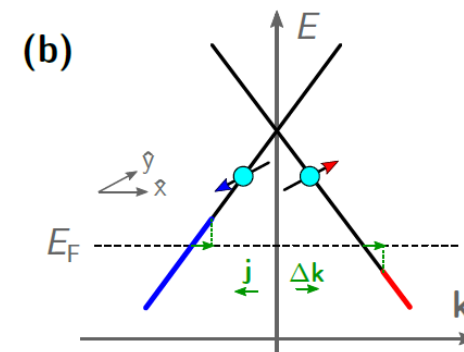
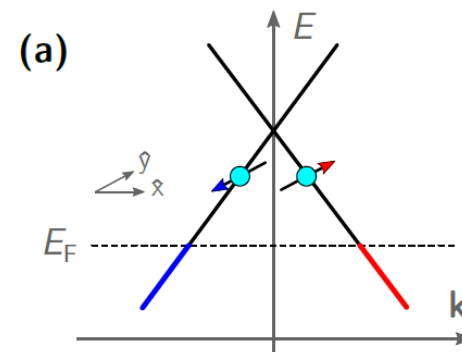
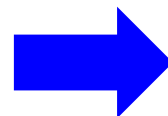
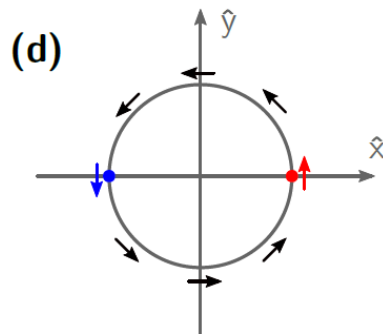
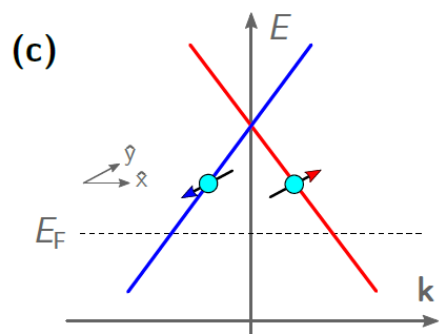
from Wikimedia
Commons

$$\mathbf{E} \parallel \mathbf{z} \rightarrow H = \lambda(s_x p_y - s_y p_x)$$



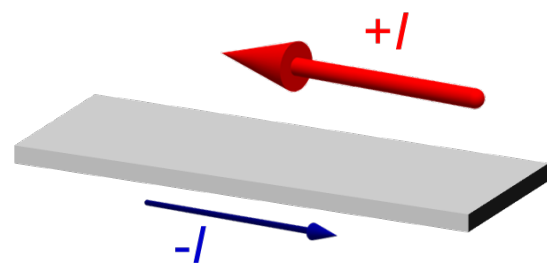
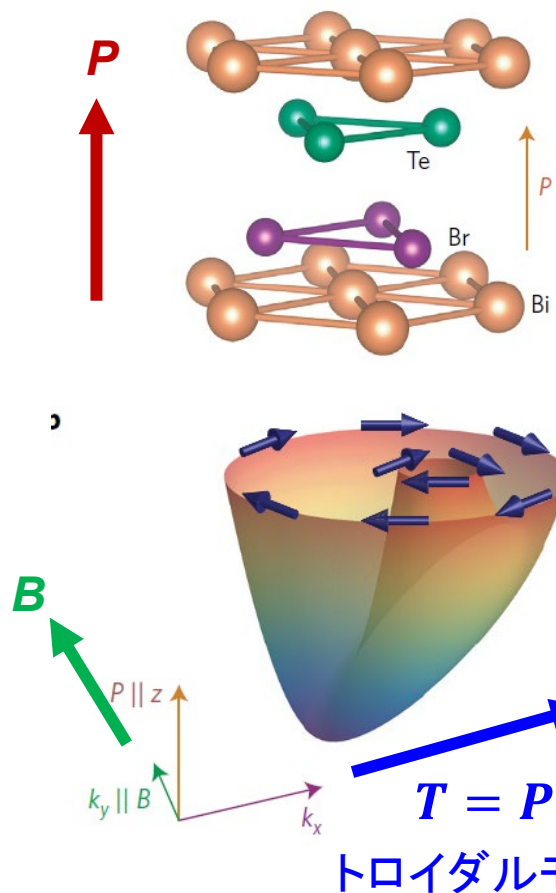
スピン運動量ロッキング

電流下でスピン分極



非線形応答と整流効果

半導体



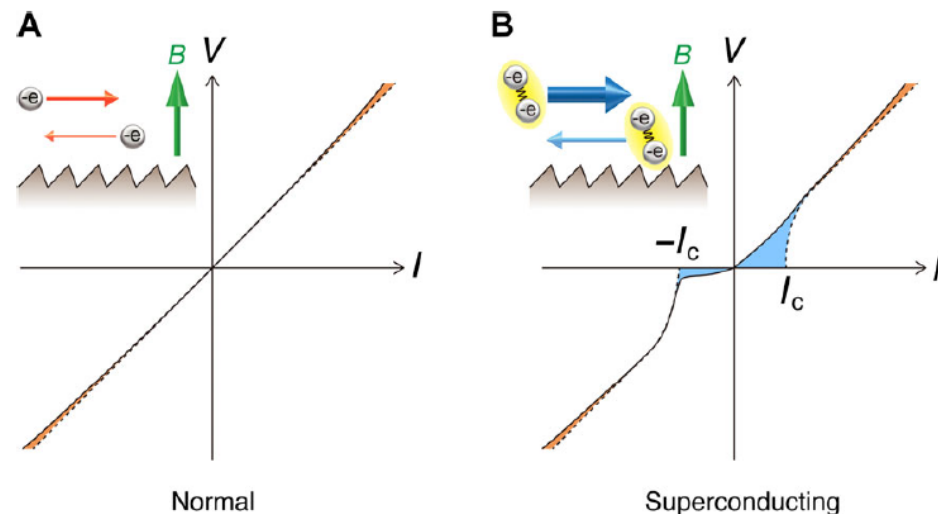
$$R(+I) \neq R(-I)$$

$$R = R_0 (1 + \beta B^2 + \boxed{\gamma BI})$$

整流効果

井手上-濱本-永長-岩佐ら

超伝導体

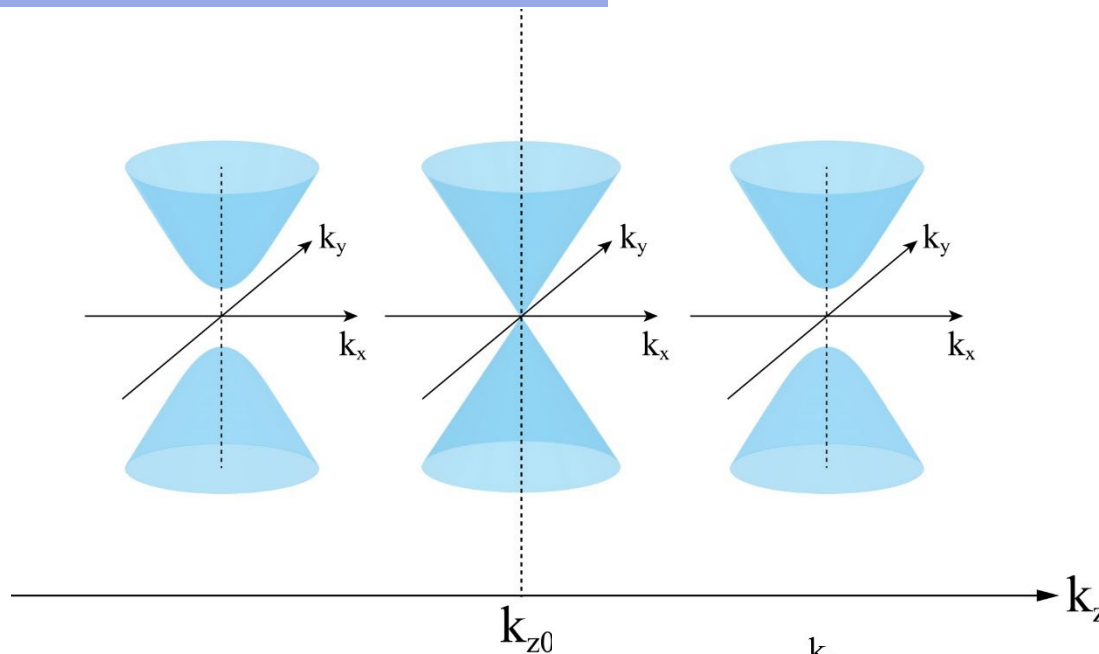
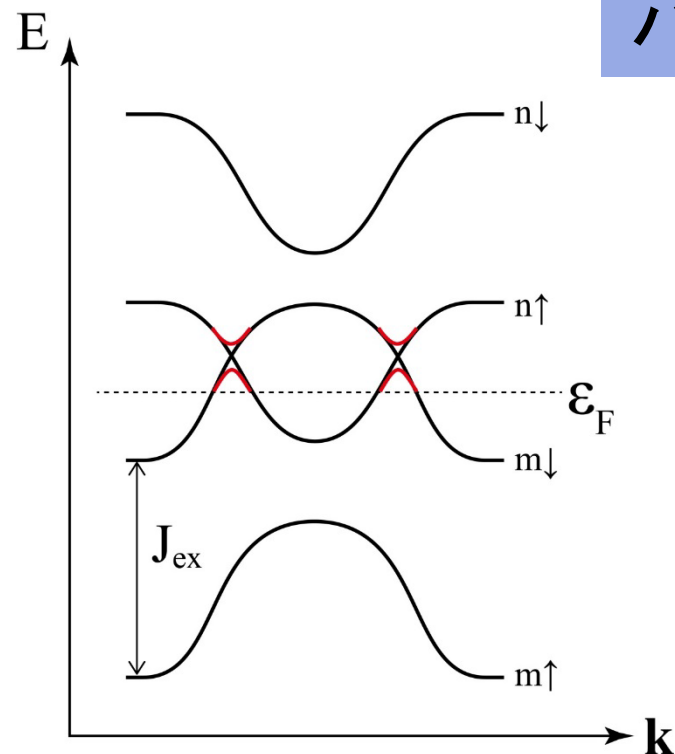


若月-井手上-岩佐-永長ら

臨界電流 I_c の非相反性 超伝導ダイオード効果

小野ら
J.He-田仲-永長
大同-池田-柳瀬

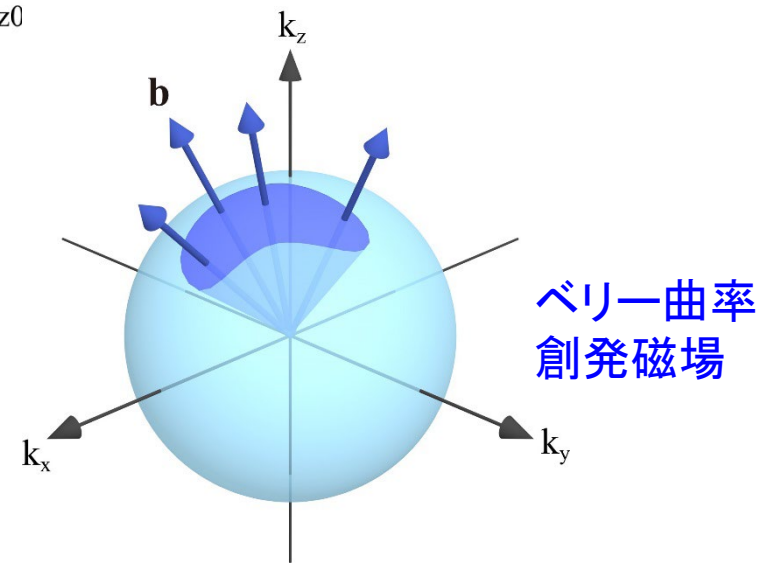
バンド交差と磁気単極子



$$H = \frac{\varepsilon_{n\uparrow}(\mathbf{k}) + \varepsilon_{m\downarrow}(\mathbf{k})}{2} + \frac{\varepsilon_{n\uparrow}(\mathbf{k}) - \varepsilon_{m\downarrow}(\mathbf{k})}{2} \sigma^3 + \lambda_1(\mathbf{k}) \sigma^1 + \lambda_2(\mathbf{k}) \sigma^2$$

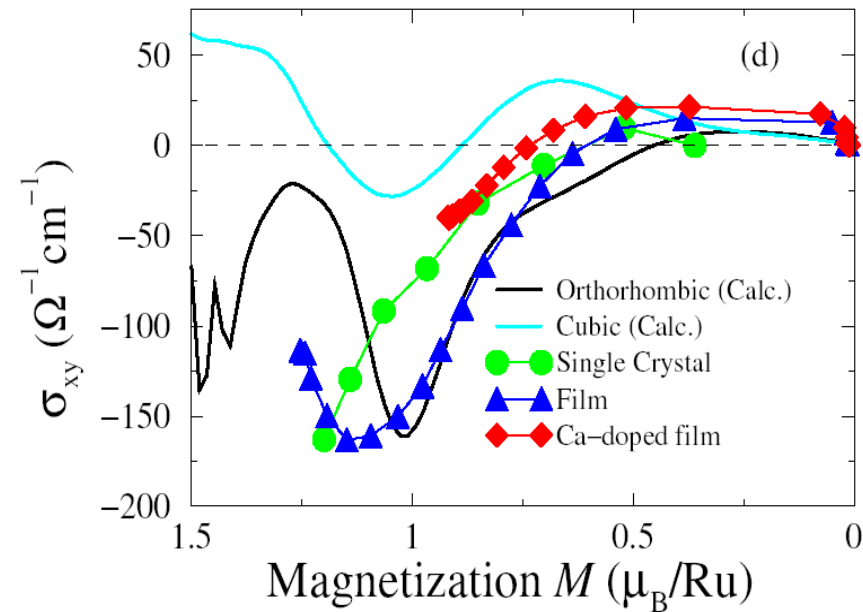
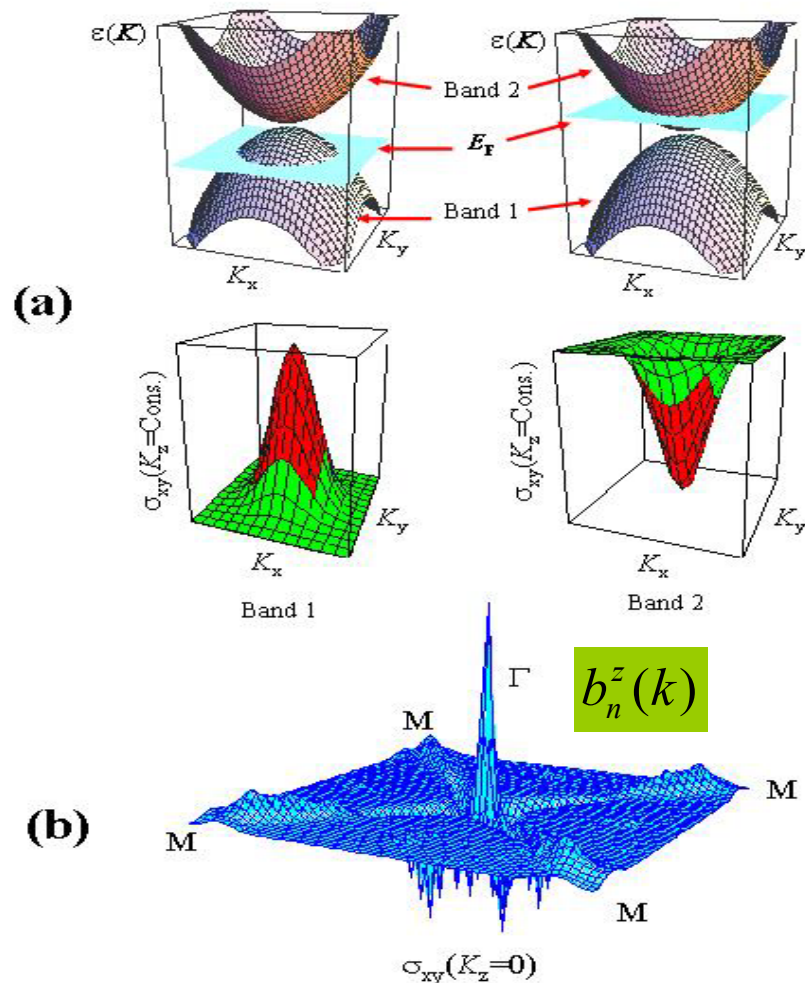
$$H = \eta v(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad \text{ワイルフェルミオン}$$

$$\mathbf{b}(\mathbf{k}) = \frac{\eta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)}{2|\mathbf{k} - \mathbf{k}_0|^3} \quad \begin{array}{l} \text{運動量空間における} \\ \text{磁気単極子} \end{array}$$



強磁性体SrRuO₃における異常ホール効果

Z.Fang et al.



- ・バンド構造の指紋としての異常ホール効果
- ・量子ホール効果との類似性
- ・量子化異常ホール効果へ発展

$$\sigma_{ij}^{TKNN} = -\epsilon_{ijl} e^2 \hbar \sum_n \int \frac{d^d p}{(2\pi\hbar)^2} b_n^l(p) f(\epsilon_n(p))$$

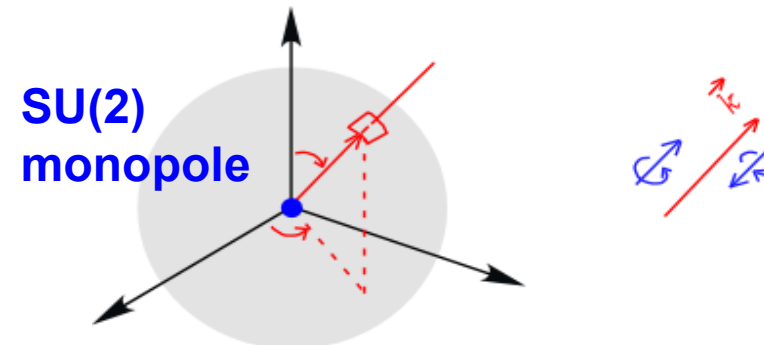
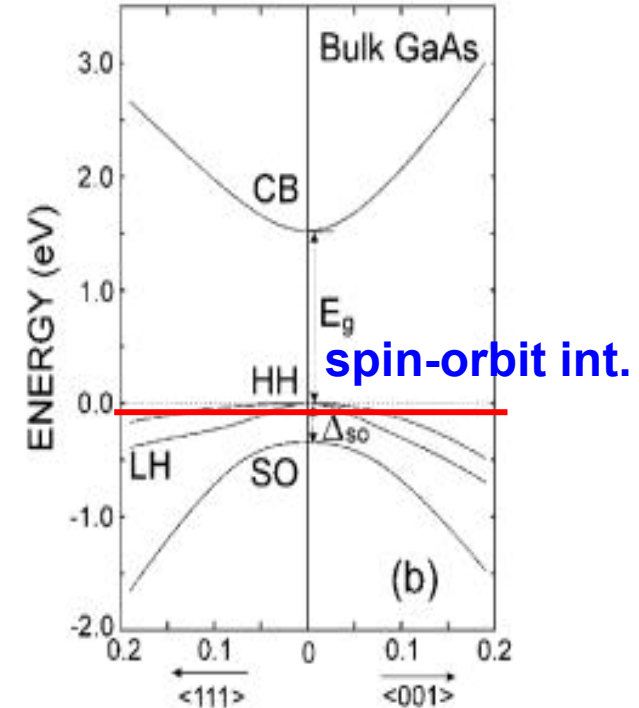
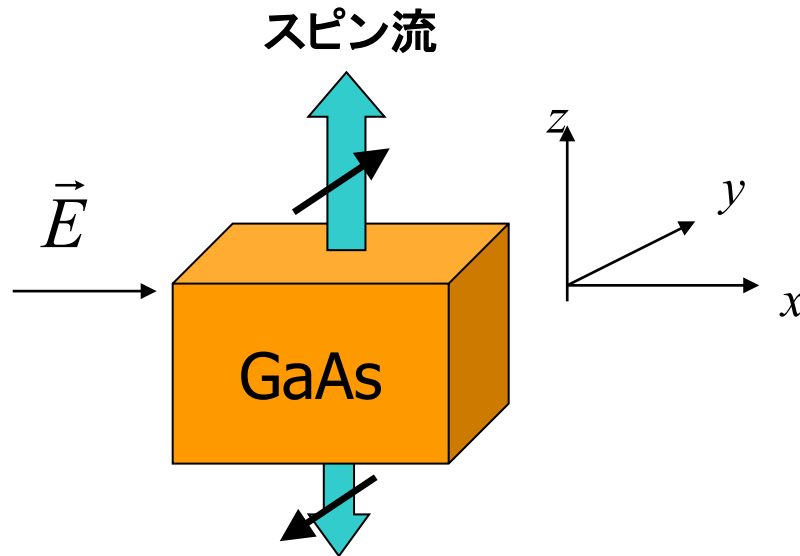
内部自由度-スピン-のトポロジカルカレント 内因性スピンホール効果の理論的発見

村上-永長-S.C.Zhang 2003

$$j_{xy} = \frac{eE_z}{4\pi^2\hbar} (k_F^H - k_F^L) \equiv \frac{1}{2e} \sigma_s E_z$$

x: current direction
y: spin direction
z: electric field

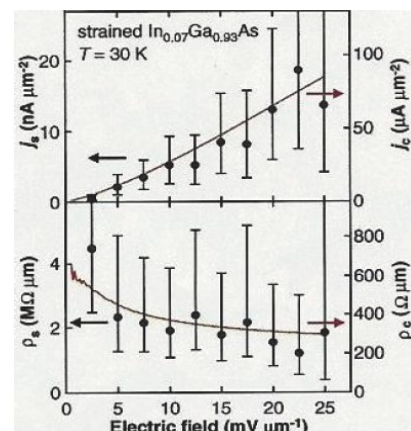
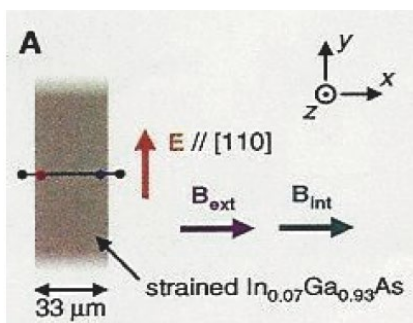
電場のみによるスピン注入
非磁性体
散逸の小さい流れ



GaAsにおけるスピンホール効果の実験的検証

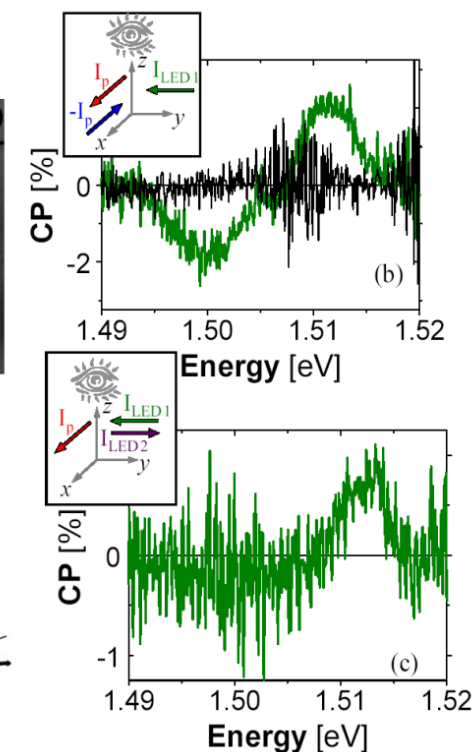
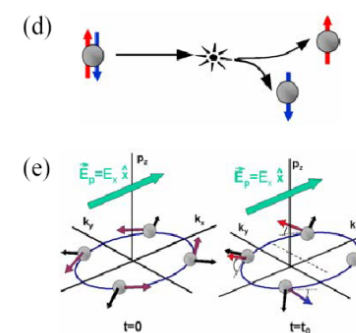
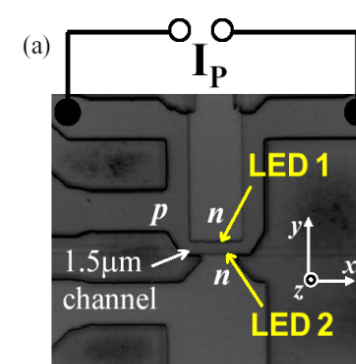
D.D.Awschalom (n-type) UC Santa Barbara
J.Wunderlich (p-type) Hitachi Cambridge

n-type



Y.K.Kato, et.al., Science, 306, 1910 (2004)

p-type



Wunderlich et al. 2004

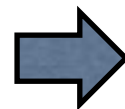
多様体の大局的性質とトポロジカル秩序



Gauss-Bonnet

$$\int_S K \sigma_1 \wedge \sigma_2 = 2\pi \chi(S)$$

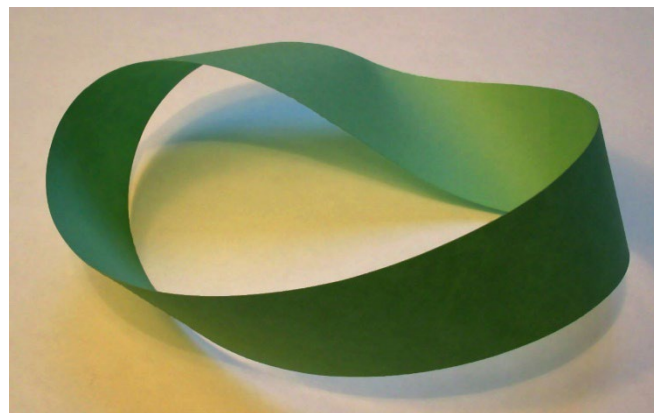
$$\chi(S) = 2 - 2g$$



トポロジカル量子状態
量子ホール効果
トポロジカル絶縁体
表面状態 電子の分裂

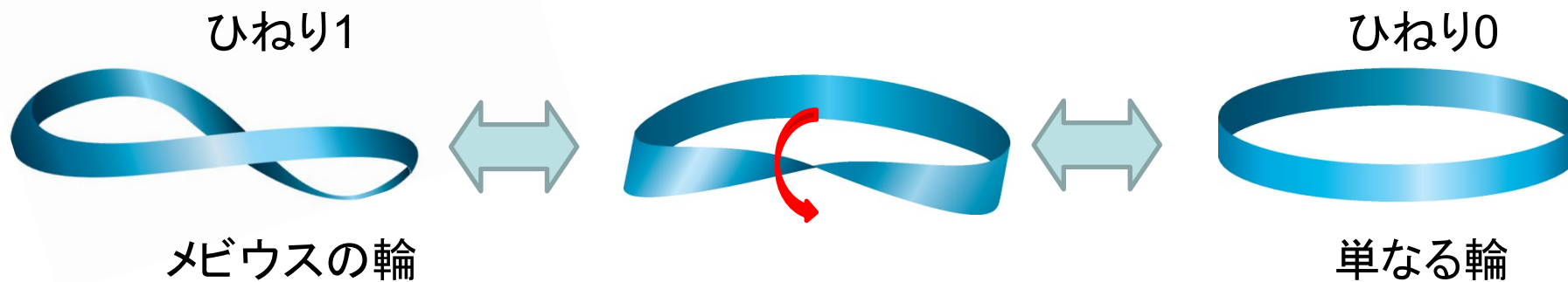
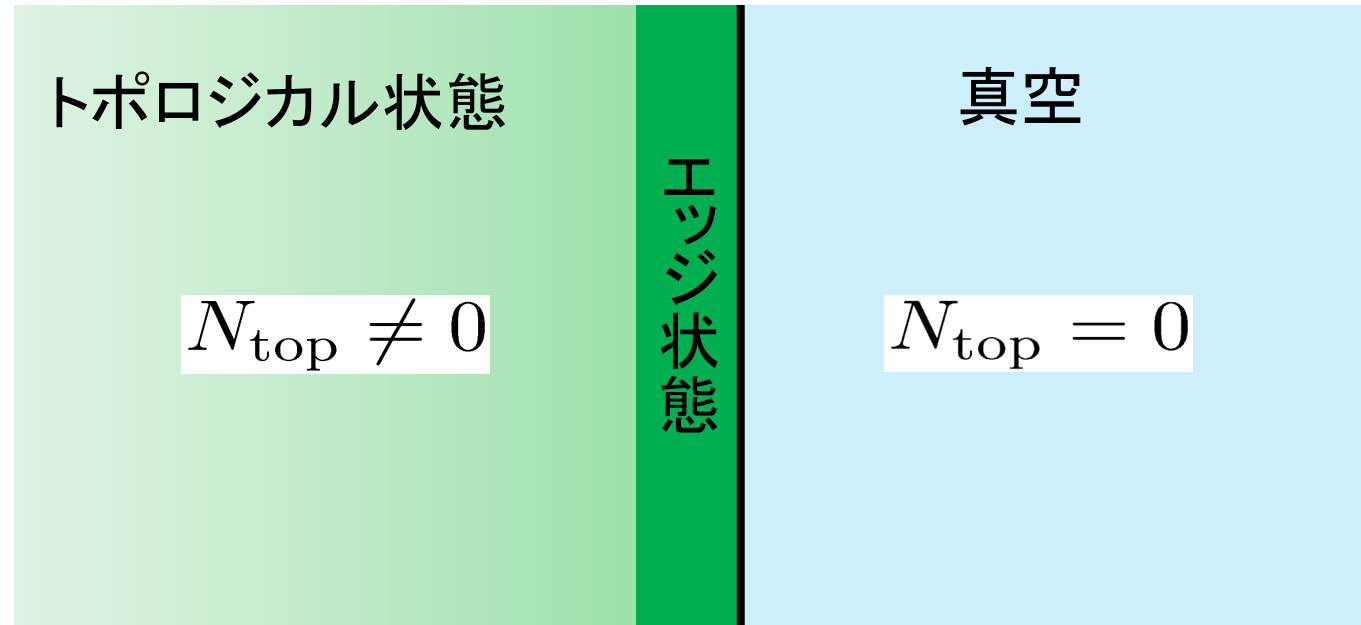


from Wikimedia

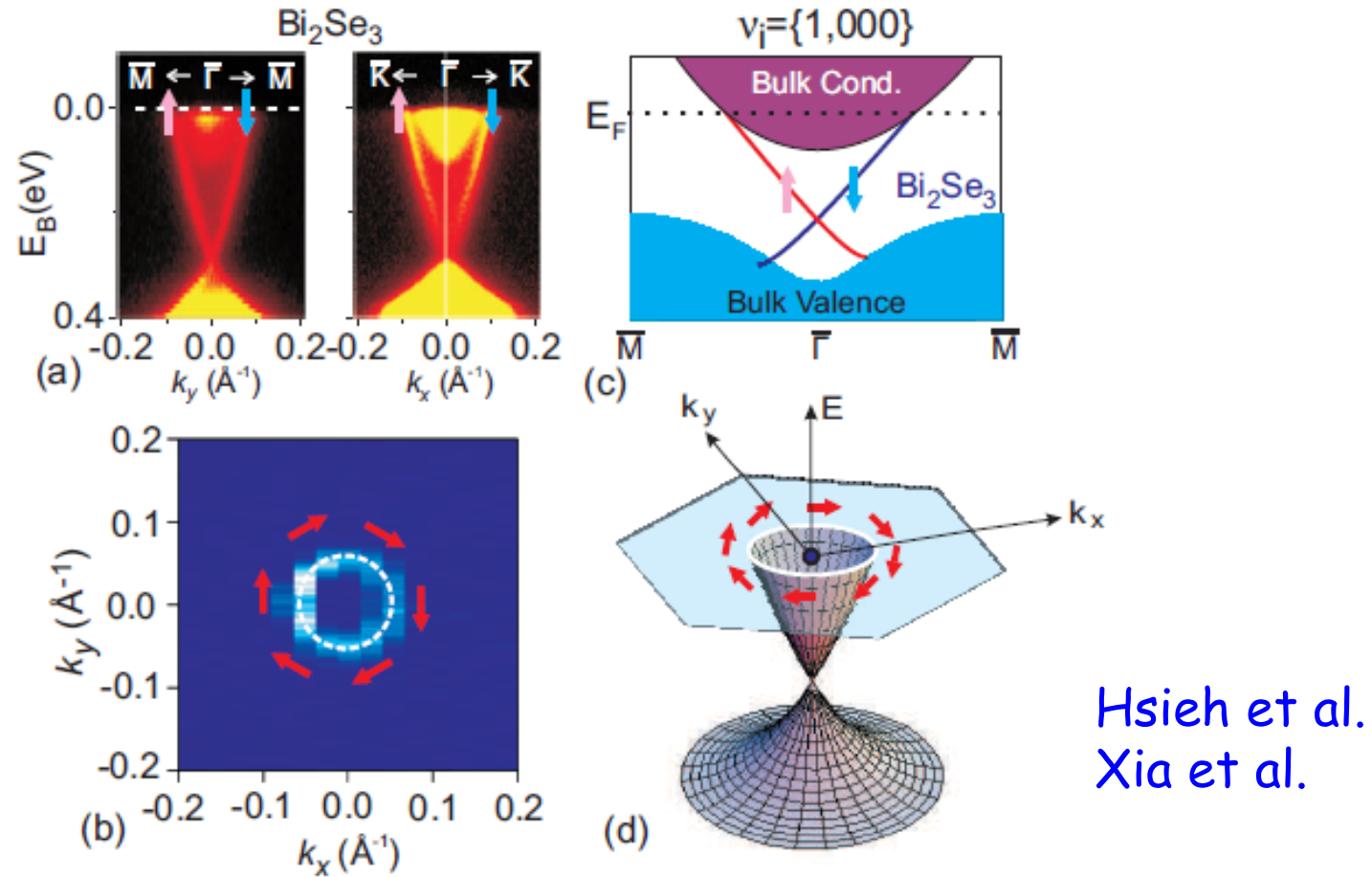


from Wikipedia

エッジ状態



3次元トポロジカル絶縁体と表面金属



Hsieh et al.
Xia et al.

2D Dirac Hamiltonian $H = \psi^\dagger \vec{\sigma} \cdot (\vec{e}_z \times \vec{p}) \psi$

電子分裂 → 電子局在なし。運動量によってスピンの決まる。

まとめと展望

スピン 相対論と量子論の「恐るべき子供」

固体電子のスピン 電子間クーロン相互作用とスピン軌道相互作用により
多彩なスピントクスチャを形成

曲がったスピンに伴う「創発電磁場」と非散逸性スピン・チャージカレント

電子状態の幾何学とトポロジー

スピントロニクスへの応用